

1

INTRODUCERE 7

1.1.	SCURT ISTORIC AL GRAFICII INGINEREȘTI.....	7
1.2.	CONCEPTELE INTEGRĂRII COMPUTERIZATE A ACTIVITĂȚILOR INDUSTRIALE	11
1.3.	CONCEPTUL DE PROIECTARE ASISTATĂ DE CALCULATOR – CAD	13
1.3.1.	PROIECTAREA (<i>DESIGN</i>)	14
1.3.1.1.	SINTEZA.....	14
1.3.1.2.	ANALIZA.....	15
1.3.2.	EXECUȚIA (<i>MANUFACTURING</i>).....	18
1.4.	CERINȚE ALE UNUI SISTEM CAD.....	19
1.5.	IMPLEMENTAREA UNUI SISTEM CAD.....	20
1.6.	EVALUAREA UNUI SISTEM CAD	20
1.6.1.	Hardware	20
1.6.2.	Software	21
1.6.2.1.	Tehnici de modelare	21
1.6.2.1.1.	Modelarea wireframe	21
1.6.2.1.2.	Modelarea cu suprafețe.....	22
1.6.2.1.3.	Modelarea cu solide	23
1.6.2.2.	Biblioteci de simboluri.....	24
1.6.2.3.	Generarea de rapoarte	24
1.6.2.4.	Parametrizarea modelelor	25
1.6.2.5.	Elemente ajutătoare în modelare.....	25
1.6.2.6.	Generarea documentației ingineresti de execuție	25
1.6.2.7.	Asamblarea	25
1.6.2.8.	Posibilități de personalizare	26
1.6.2.9.	Programarea nucleului grafic al sistemului.....	26
1.6.2.10.	Facilități STL și acuratețea datelor	26
1.6.2.11.	Comunicarea cu alte aplicații din aria CAD sau CAM...	26

2

FUNDAMENTELE MODELĂRII GEOMETRICE 27

2.1.	INTRODUCERE.....	27
2.2.	MODELAREA WIREFRAME	28
2.2.1.	REPREZENTAREA CURBELOR	28
2.2.1.1.	FORMA NEPARAMETRICĂ	28

2.2.1.2. FORMA PARAMETRICĂ.....	28
2.2.2. CURBE ANALITICE.....	30
2.2.2.1. LINIA	30
2.2.2.2. CONICE	30
2.2.3. CURBE SINTETICE	32
2.2.3.1. CURBE SPLINE CUBICE HERMITE	32
2.2.3.2. Curbe Bezier	34
2.2.3.3. Curbe B-Spline	36
2.2.3.4. Curbe raționale.....	38
2.3. MODELAREA CU SUPRAFEȚE	39
2.3.1. Suprafețe Hermite Bicubice	39
2.3.2. Suprafețe Bezier.....	40
2.3.3. Suprafețe B-Spline	41
2.3.4. Suprafețe raționale	41
2.4. MODELAREA CU SOLIDE.....	42
2.4.1. TOPOLOGIE ȘI GEOMETRIE	42
2.4.2. REPREZENTAREA CSG	43
2.4.3. REPREZENTAREA B-REP.....	43
2.4.4. REPREZENTAREA ASM.....	44
2.5. TRANSFORMĂRI GEOMETRICE	45
2.5.1. TRANSLAȚIA.....	46
2.5.2. SCALAREA	46
2.5.3. OGLINDIREA.....	46
2.5.4. ROTAȚIA	47
2.5.5. REPREZENTAREA OMOGENĂ	48

3

PLATFORMA AUTODESK..... 50

3.1. STRUCTURA SISTEMULUI AUTOCAD	50
3.1.1. POSIBILITĂȚI OFERITE DE SISTEMUL MECHANICAL DESKTOP	54
3.1.2. TIPURI SPECIALE DE FIȘIERE.....	57
3.1.3. VARIABLE DE SISTEM	58
3.2. ELEMENTE DE INTERFAȚĂ.....	62
3.3. CONVENȚII LA UTILIZAREA PROGRAMULUI.....	63
3.3.1. APELAREA COMENZILOR.....	63
3.3.2. TASTE FUNCȚIONALE	64
3.4. INTRODUCEREA PARAMETRILOR	65
3.5. ELEMENTE AJUTĂTOARE	68
3.5.1. ORTHO.....	68
3.5.2. SNAP.....	68
3.5.3. GRID.....	69
3.5.4. OBJECT SNAP	70
3.5.5. FILTRE DE COORDONATE.....	75

3.6.	CONTROLUL SISTEMELOR DE COORDONATE	77
3.7.	CONTROLUL VIZUALIZĂRII	82
3.8.	CONTROLUL PUNCTULUI DE VEDERE	87
3.9.	COMENZI DE REVENIRE	90
3.10.	COMENZI DE INTEROGARE	91
3.11.	UNITĂȚI DE MĂSURĂ	92
3.12.	CONTROLUL FIȘIERELOR AUTOCAD	94

4

PROPRIETĂȚILE ENTITĂȚILOR..... 97

4.1.	CULOAREA	97
4.2.	TIPUL DE LINIE	99
4.3.	STRATUL	101
4.4.	GROSIMEA	105

5

ENTITĂȚI WIREFRAME ÎN AUTOCAD 107

5.1.	ENTITĂȚI FĂRĂ LĂȚIME	107
5.1.1.	ENTITĂȚI DE TIP PUNCT	107
5.1.2.	ENTITĂȚI DE TIP LINIE	110
5.1.2.1.	LINII FINITE	110
5.1.2.2.	LINII INFINITE	113
5.1.3.	ENTITĂȚI CURBE	115
5.1.3.1.	CERCUL	115
5.1.3.2.	ARCUL DE CERC	116
5.1.3.3.	ELIPSA	117
5.1.3.4.	CURBA SPLINE	119
5.2.	ENTITĂȚI CU LĂȚIME	121
5.2.1.	ENTITĂȚI COMPUSE	121
5.2.1.1.	POLILINIA 2D	121
5.2.1.2.	POLILINIA 3D	125
5.2.1.3.	LINIA MULTIPLĂ	125
5.2.2.	ENTITĂȚI SPECIALE	130
5.2.2.1.	TRACE	130
5.2.2.2.	DONUT	130

6

MODIFICAREA ENTITĂȚILOR 131

6.1.	SELECTAREA ENTITĂȚILOR.....	131
6.1.1.	SELECTAREA LA PROMPTERUL "COMMAND".....	131
6.1.2.	SELECTAREA CU COMANDA SELECT.....	134
6.1.3.	UTILIZAREA FILTRELOR.....	139
6.2.	EDITAREA ENTITĂȚILOR.....	142
6.2.1.	COMENZI DE COPIERE.....	142
6.2.2.	COMENZI DE MUTARE.....	149
6.2.3.	COMENZI DE MODIFICARE.....	152
6.2.4.	EDITAREA CU PUNCTE GRIPS.....	169

7

CONCEPTE AUXILIARE..... 171

7.1.	MANIPULAREA TEXTULUI.....	171
7.1.1.	DREPTUNGHIUL DE ÎNCADRARE.....	171
7.1.2.	STILUL DE SCRIERE.....	172
7.1.3.	GENERAREA TEXTULUI.....	177
7.1.3.1.	ENTITĂȚI DE TIP TEXT.....	177
7.1.3.2.	CARACTERE SPECIALE.....	179
7.1.4.	UTILIZAREA FORMELOR.....	180
7.2.	ENTITĂȚI IMBRICATE.....	181
7.2.1.	MANEVRAREA BLOCURILOR.....	181
7.2.2.	MANEVRAREA ATRIBUTELOR.....	184
7.2.2.1.	CREAREA DEFINIȚIEI.....	184
7.2.2.2.	MODIFICAREA DEFINIȚIEI.....	186
7.2.2.3.	CREAREA BLOCULUI CU DEFINIȚIA DE ATRIBUT.....	186
7.2.2.4.	INSERAREA BLOCULUI CU ATRIBUTE.....	186
7.2.2.5.	EDITAREA ATRIBUTELOR.....	188
7.2.2.6.	EXTRAGEREA ATRIBUTELOR.....	188
7.3.	COTAREA.....	191
7.3.1.	COTE ÎN AutoCAD.....	191
7.3.2.	COTARE ASOCIATIVĂ.....	192
7.3.3.	APLICAREA COTELOR.....	193
7.3.4.	STILURI DE COTARE.....	196
7.3.5.	ÎNSCRIEREA TOLERANȚELOR.....	200
7.3.6.	EDITAREA COTELOR.....	204

7.3.7. ALTE COMENZI DE COTARE	204
7.4. HAȘURAREA.....	206
7.4.1. HAȘURA ÎN AutoCAD.....	206
7.4.2. COMENZI DE HAȘURARE.....	208

8

MODELAREA CU SUPRAFEȚE 210

8.1. ELEMENTE GENERALE	210
8.1.1. SUPRAFEȚELE ÎN CONTEXTUL AUTOSURF	210
8.1.2. LINII ÎMBUNĂȚITE – AUGMENTED LINES.....	212
8.1.3. VARIABLE AUTOSURF.....	214
8.2. GENERAREA SUPRAFEȚELOR VIRTUALE	216
8.2.1. TIPURI DE SUPRAFEȚE.....	216
8.2.2. UTILIZAREA SUPRAFEȚELOR PRIMITIVE	216
8.2.3. DEPLASAREA UNOR CURBE	220
8.2.3.1. SUPRAFEȚE DE REVOLUȚIE	220
8.2.3.2. SUPRAFEȚE EXTRUDATE	221
8.2.3.3. SUPRAFEȚE TUBULARE.....	222
8.2.3.4. SUPRAFEȚE SWEPT	223
8.2.4. GENERAREA DE "ÎNVELITOARE" PESTE O REȚEA DE CURBE	227
8.2.4.1. SUPRAFEȚE RULATE	227
8.2.4.2. SUPRAFEȚE PLANE MĂRGINITE.....	229
8.2.4.3. SUPRAFEȚE LOFT	230
8.2.5. UTILIZAREA SUPRAFEȚELOR CE PROVIN DIN CELELALTE CATEGORII	235
8.2.5.1. SUPRAFEȚE BLEND.....	235
8.2.5.2. SUPRAFEȚE OFFSET	237
8.2.5.3. SUPRAFEȚE DE RACORDARE	238
8.2.5.4. SUPRAFEȚE DE COLȚ	240
8.3. EDITAREA SUPRAFEȚELOR.....	242
8.4. GENERAREA ENTITĂȚILOR WIREFRAME DIN SUPRAFEȚE	250
8.5. EDITAREA ENTITĂȚILOR WIREFRAME	265
8.6. COMENZI DE CONTROL A SUPRAFEȚELOR	277

9

MODELAREA CU SOLIDE ÎN AUTOCAD 282

9.1.	TEHNICI DE CREARE A MODELELOR VIRTUALE CU SOLIDE	282
9.1.1.	MODELAREA CU PRIMITIVE.....	283
9.1.2.	EXTRUDAREA UNUI PROFIL PLAN.....	285
9.1.3.	ROTIREA UNUI PROFIL PLAN.....	286
9.2.	OPERAȚII LOGICE CU SOLIDE	287
9.3.	EDITAREA SOLIDELOR	289
9.3.1.	TEȘIREA SOLIDELOR.....	289
9.3.2.	RACORDAREA SOLIDELOR.....	289
9.3.3.	TĂIEREA SOLIDELOR	290
9.4.	AFIȘAREA SOLIDELOR.....	291
9.4.1.	ASCUNDEREA MUCHIILOR	291
9.4.2.	REPREZENTAREA UMBRITĂ.....	292
9.4.3.	REPREZENTAREA REALISTĂ	293
9.4.3.1.	CONTROLUL IMAGINII.....	293
9.4.3.2.	CONTROLUL SURSELOR DE LUMINĂ.....	294
9.4.3.3.	CONTROLUL PROPRIETĂȚILOR DE MATERIAL..	295

10

REALIZAREA DOCUMENTAȚIEI..... 296

10.1.	VIEWPORTURI ȘI PAPERSPACE.....	296
10.1.1.	VEDERI MOZAIC	296
10.1.2.	VEDERI INDEPENDENTE	297
10.1.3.	VIZIBILITATEA STRATURILOR ÎN VEDERILE INDEPENDENTE	298
10.2.	UTILIZAREA GEOMETRIEI 3D	299
10.2.1.	REALIZAREA SECȚIUNILOR	299
10.2.2.	REALIZAREA PROIECȚIILOR.....	300
10.2.3.	COMENZI COMBinate	301
10.3.	PLOTAREA DOCUMENTAȚIEI	303
10.4.	RECOMANDĂRI	305
10.5.	EXEMPLU MODELARE CU SOLIDE.....	307

11

BIBLIOGRAFIE..... 311

1

INTRODUCERE

1.1. SCURT ISTORIC AL GRAFICII INGINEREȘTI

Încă de la primele lucrări de anvergură dezvoltate de civilizații străvechi, a apărut necesitatea exprimării grafice a unor obiecte ce trebuiau realizate. Astfel se poate spune că rădăcinile noțiunilor moderne de astăzi, care fundamentează conceptele de CAD/CAM, își au originea încă din antichitate. Elemente de grafică inginerască se pot întâlni la toate marile civilizații antice: cea egipteană, romană, greacă etc. Este unanim recunoscut, de cercetătorii care se ocupă cu istoria reprezentărilor grafice, că primele desene tehnice din istoria umanității pot fi considerate unele reprezentări din criptele egiptene.

Fără a face o prezentare detaliată a evoluției reprezentărilor de acest gen, primele elemente de grafică inginerască modernă, se pot întâlni în schițele rămase de la *Leonardo da Vinci*. Ca elemente de noutate el introduce *reprezentarea izometrică* și *reprezentarea hașurată* a secțiunilor prin diverse corpuri și ansambluri.

O contribuție decisivă la dezvoltarea tehnicilor inginerști de reprezentare a adus-o matematicianul francez *Gaspard Monge*, care a introdus tehnica reprezentărilor bazate pe *proiecții ortogonale*. La vremea respectivă (sfârșitul secolului XVIII), ea a fost ținută în secret de către factori militari de răspundere, devenind accesibilă ingineriei civile abia după 30 de ani de la definitivarea ei.

Cele mai spectaculoase progrese în acest domeniu al reprezentărilor grafice inginerști, s-au înregistrat în a doua jumătate a secolului XX, odată cu introducerea calculatoarelor și a tehnicilor de imprimare și fotocopiere.

Evoluția calculatoarelor digitale programabile, în paralel cu dezvoltarea teoriei algoritmilor, a limbajelor de programare și a metodelor numerice de aproximare, a permis îmbinarea noțiunilor avansate de geometrie analitică și diferențială, a noțiunilor de analiză matematică și matematici speciale, oferind astfel puterea și facilitățile pe care le au sistemele moderne din ziua de azi.

Primele încercări de folosire a unui calculator programabil la reprezentări grafice s-au făcut la începutul anilor '50 când în laboratoarele companiei MIT s-au produs *imagini simple* pe un *tub catodic* folosind un calculator Wirlwind. Aceste imagini statice și-au găsit utilitatea în rezolvarea unor aplicații de comandă și control militar. Astfel s-a dat un impuls noilor concepte, apărând și

primul periferic de punctare folosit în scopul realizării dialogului cu mașina: *creionul optic*.

Compania MIT a finalizat astfel primul proiect cu destinație militară care folosea elemente de *grafică interactivă*: SAGE – ADS (Semi-Automatic Ground Environment Air Defence System). În paralel cu acest proiect în laboratoarele Servo Mechanisms și Lincoln ale aceleiași companii s-au făcut primele demonstrații de *control numeric* al unei mașini de frezat în trei axe, ceea ce a pus bazele ulterior standardului APT (Automatically Programmed Tools).

La începutul anilor '60, numeroase companii, printre care și General Motors au început să manifeste interes pentru grafica computerizată. Într-o perioadă marcată și de mult scepticism în privința posibilităților de utilizare a calculatoarelor digitale în grafică, piatra de hotar a constituit-o realizarea *sketchpad*-ului de către *Ivan Sutherland* care a demonstrat că este posibil să se creeze desene interactive pe un tub catodic și ulterior să se intervină asupra acestora.

În 1964 General Motors anunță realizarea sistemului DAC-1 (Design Augmented by Computers), din categoria *display remote system*, după care Lockheed Aircraft și Bell Telephone Laboratories realizează și ele sisteme echivalente. Aceste sisteme combinau tehnicile interactive cu afișarea pe un tub catodic separat a informației, fiind precursorile așa numitelor sisteme *turnkey* (sisteme la cheie).

Odată cu acestea din urmă, care se prezentau utilizatorului ca un echipament unitar (deși ele înglobau elemente separate de software și hardware, însă puțin flexibile), apare pentru prima dată și termenul *Computer Aided Design - CAD*, (tradus în literatura noastră ca Proiectare Asistată de Calculator)¹. Acest lucru nu este întâmplător pentru că deja cei care l-au folosit prima dată au intuit că avantajele oferite de calculatorul digital vor permite mai mult decât o simplă desenare mai eficientă, ca un substitut al muncii la planșetă.

În anii '70 s-au creat în Statele Unite primele *asociații profesionale* printre care și National Computer Graphics Association, care a avut un rol determinant în realizarea și promovarea standardelor care stau la baza tuturor reprezentărilor grafice și a transiterii de informații grafice din ziua de azi. Aceste standarde au pus ordine într-un domeniu care tindea să se dezvolte haotic, unde informațiile implementate pe diverse sisteme *turnkey* erau incompatibile. Acestea evoluaseră până la stadiul că ofereau utilizatorilor pe lângă posibilități elementare de desenare (drafting) și biblioteci cu elemente predefinite. Unul dintre cele mai apreciate standarde în domeniu, care își au originea în acea perioadă este standardul *IGES* (Initial Graphics Exchange Specification). După dezvoltări succesive, acesta reglementează în momentul de față pe lângă structurile de date necesare descrierii entităților grafice simple sau complexe și informații ce descriu corpuri tridimensionale, relații dintre acestea, concepte abstracte care sunt atașate unui proiect, etc.

În această perioadă caracterizată de o mărire a flexibilității în utilizarea sistemelor de calcul, s-a conturat una dintre cele mai importante grupe de aplicații ingineresti, cea a programelor de calcul cu *elemente finite*. Deși inițial ele nu au beneficiat de sprijinul aplicațiilor grafice, evoluând o perioadă independent,

¹ Pentru a păstra nealterată semnificația diferiților termeni specifici domeniului, cât și pentru faptul că limba română nu are echivalent pentru mulți dintre ei ceea ce ar duce la o traducere ineficientă, se vor folosi formele din limba engleză așa cum au fost ele definite în original de cei care au creat conceptele respective.

progresele obținute prin utilizarea lor în activitatea de proiectare a fost un puternic stimulent în integrarea mai multor aplicații ingineresti. Această grupă de aplicații, care are în spate unul dintre cele mai laborioase aparate matematice utilizate în prezent, a putut apare datorită stabilirii unor forme algebrice echivalente principiilor variaționale ce guvernează diferite fenomene din tehnică. Aceste concepte fundamentate matematic de fapt încă din anii '40, au fost exprimate algoritmic cu sprijinul limbajului de programare Fortran, care a fost special dezvoltat pentru acest gen de aplicații.

Anii '80 au fost poate cei mai prolifici pentru ingineria computerizată, când numeroasele cercetări au urmărit să integreze și să automatizeze diferitele aspecte ale activităților de cercetare-proiectare, execuție, prefigurând întreprinderile viitorului ca un ansamblu complex de subsisteme ce interacționează strâns și care sunt centrate în jurul unui *sistem informatic*.

În această perioadă s-a diversificat considerabil paleta de aplicații ingineresti, apărând astfel aplicații de analiză și simulare a mecanismelor și roboților, pentru proiectarea matrițelor de injecție, a sculelor etc. Totodată pentru aplicațiile deja tradiționale de grafică inginerască, s-au îmbunătățit continuu și posibilitățile de *modelare*, pe baza noilor tipuri de *curbe* și *suprafețe* matematice de tip Coons, Bezier, Gordon, B-spline, care au fost special elaborate pentru reprezentări computerizate.

La sfârșitul anilor '80 teoria *modelării cu solide* era deja bine conturată, în-deplinind unul dintre cele mai dificile deziderate ale oricărui proiectant: vizualizarea cu rigoare matematică a unui corp tridimensional care nu există decât în mintea unei persoane și posibilitatea ca alte persoane să aibă acces direct la această reprezentare și să intervină în diferite moduri asupra ei. În momentul apariției lor, datorită volumului mare de calcule necesare, aplicațiile de acest gen erau implementate numai pe sisteme cu performanțe de vârf, deosebit de costisitoare.

Datorită acestor evoluții a fost posibilă integrarea aplicațiilor de grafică cu programele de analiză cu element finit, ceea ce a simplificat și îmbunătățit considerabil activitatea de proiectare. Acest pas a fost primul de la CAD ca o activitate independentă la CAD ca un ansamblu de activități și resurse care schimbă informații și comunică între ele.

Aceste concepte au permis apariția unor noi grupe de aplicații ingineresti, cele destinate arhitecturii și cadastrului. Ele au impus elaborarea unor noi tipuri de algoritmi pentru reprezentarea realistă a obiectelor tridimensionale, cu controlarea proprietăților de material, a condițiilor de iluminat etc.

Dezvoltarea continuă a limbajelor de programare, în special prin impunerea limbajului C pentru dezvoltarea de aplicații profesionale, a permis la începutul anilor '90 modificări substanțiale ale interactivității aplicațiilor, calității reprezentărilor și integrării aplicațiilor. Ca o completare firească s-au dezvoltat aplicațiile care permit animarea unor modele tridimensionale, pe baza noilor posibilități oferite de tehnologiile multimedia. Aceste aplicații au schimbat modul în care se prezintă un produs, cum se face instruirea personalului de service ș.a.m.d.

Concomitent s-au dezvoltat așa numitele tehnologii de *rapid prototyping*, care au permis obținerea într-un interval de câteva ore de la finalizarea modelului virtual în calculator, a unui prototip real, cu caracteristici foarte apropiate de cele ale viitorului produs.

Astfel dacă în 1964 s-a pornit de la *Design Augmented by Computers* (proiectare îmbunătățită, dezvoltată cu calculatoare), când practic se făcea o automatizare a activității de planșetă, s-a ajuns în această perioadă să se contureze o întreagă arie de activități care fac obiectul conceptului de CAD. Elementul de legătură între toate aceste activități îl constituie *modelul tridimensional*, care odată definitivat în etapele succesive ale acestui concept este transmis mai departe în celelalte zone funcționale. În acest context activitățile din aria CAD pot accesa informații care nu sunt de natură inginerască (cum ar fi stocuri de produse, furnizori de materii sau subansamble etc.).

1.2. CONCEPTELE INTEGRĂRII COMPUTERIZATE A ACTIVITĂȚILOR INDUSTRIALE

Necesitățile sociale mai repede, mai bine, mai ieftin, au antrenat în toate domeniile producției de bunuri și servicii introducerea tehnicii de calcul. Acest lucru a modificat fundamental modul cum este conceput, cum este realizat, cum este prezentat un nou produs, făcând totodată posibilă și materializarea unor lucruri care altădată rămâneau numai în imaginația unor spirite avangardiste.

Odată cu înăsprirea concurenței în domeniul producerii de bunuri, s-a scurtat considerabil durata de viață a acestora, cheia succesului în ultimele decenii devenind flexibilitatea și scurtarea procesului de proiectare și pregătire a fabricației. Acest lucru este posibil în momentul de față numai prin utilizarea celor mai recente sisteme integrate de proiectare asistată.

În anii '90 s-a consolidat tot mai mult ideea integrării tuturor activităților dintr-o întreprindere, în scopul sporirii eficienței și flexibilității. Acest lucru este posibil în jurul unei *baze de date extinse*, ce cuprinde informații generalizate, cu caracter eterogen, din toate sferile de activitate a întreprinderii.

Această bază de date este accesată pe o rețea digitală cu servicii integrate (*Integrated Digital Service Network – IDSN*) care asigură legături rapide, fidelitate și securitatea informației transmise la distanțe mari pentru o gamă largă de servicii informatice cum ar fi: transmisii de date, vocale, text, imagini, telecontrol, videotelefonie etc. Importanța acestor rețele digitale este subliniată de cifre oferite de Ministerul comunicațiilor din Japonia care arată că în 1997 80% din volumul comunicațiilor era constituit din comunicații între calculatoare față de 67.3% în 1992 sau 32.5% în 1987.

Toate aceste elemente sunt strict reglementate de norme elaborate de CCITT (Comité Consultatif International Téléphonique et Télégraphique), care stabilește atât terminologia cât și detaliile tehnice care permit cuplarea unor calculatoare și echipamente care inițial nu au fost desemnate să comunice.

Toate activitățile majore care contribuie la realizarea unui produs au fost succesiv abstractizate și abordate algoritmic pentru implementarea pe diferite sisteme de calcul. În momentul de față se pune accentul pe integrarea tuturor acestor activități, astfel încât informația să circule între ele numai pe cale digitală, apropiindu-se de *dezideratul întreprinderii virtuale*.

Această întreprindere a viitorului poate avea departamentele funcționale, productive și organizatorice în locuri diferite, esențială fiind comunicația pe acest sistem informatic integrat.

Pentru această integrare se folosește termenul de CAI - *Computer Aided Industries*, ce se referă la un concept a cărui structură se poate urmări în figura 1.1.

Acest lucru presupune îmbinarea între CAO – *Computer Aided Organisation* și CIM – *Computer Integrated Manufacturing* unde:

CAO se referă la organizarea și integrarea activităților comerciale, economice cum ar fi: cercetarea pieței, planificarea produsului, planificarea investițiilor, reclame, calculații de preț, desfacere, servicii de personal;

CIM este definit ca fiind îmbinarea între PPS – *Production Planning System* și CAE – *Computer Aided Engineering*;

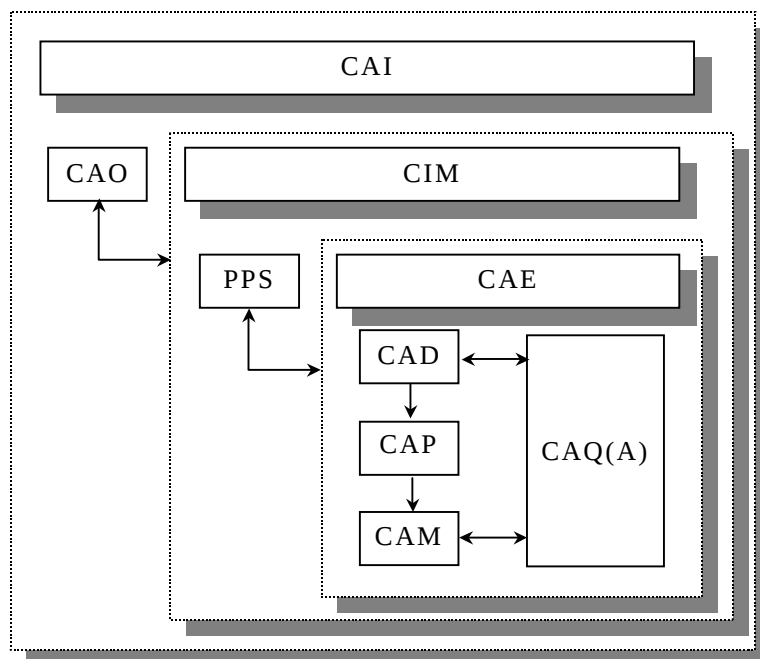


Figura 1.1 Activitățile integrate

PPS reprezintă asistarea cu calculatorul a planificării organizatorice (termene, aprovizionare cu materiale, încărcarea utilajelor), a gestiunii producției;

CAE reprezintă îmbinarea între CAD – Computer Aided Design, CAP – Computer Aided Planning, CAM – Computer Aided Manufacturing, CAQ(A) – Computer Aided Quality Assurance.

1.3. CONCEPTUL DE PROIECTARE ASISTATĂ DE CALCULATOR – CAD

Pentru a înțelege mai bine ce este un sistem CAD, care este rolul acestuia, ce activități acoperă el, cum schimbă acesta informații cu alte sisteme funcționale, se vor urmări câteva aspecte pe diagrama din figura 1.2. În această diagramă este prezentat un ciclu de producție general, al unui produs ipotetic, care este valabil în anumite limite pentru orice produs din sfera ingineriei mecanice. Pentru anumite situații concrete, în respectiva diagramă mai pot apare și alte etape particulare specifice produsului analizat.

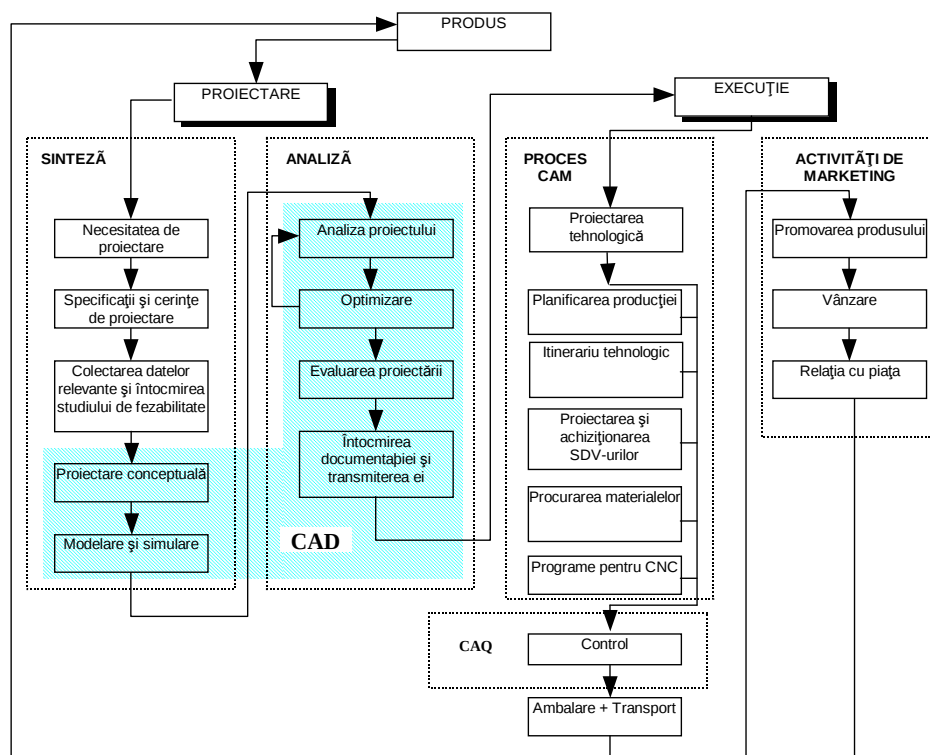


Figura 1.2 Ciclul general al fabricației unui produs

Ciclul de fabricație al unui produs reprezintă totalitatea activităților și acțiunilor suferite de un produs oricât de complex, pornind de la stadiul de necesitate, de idee până la cel de distribuire a lui către posibili clienți.

Crearea unui produs începe de la cererea pieței și necesitățile clientului. Pentru a evidenția aria activităților din ciclul de fabricație al unui produs, care fac obiectul conceptului de CAD, s-au determinat două mari etape: *proiectarea (design)* și *execuția (manufacturing)*.

La rândul ei etapa de proiectare are două subetape importante: *sinteza* și *analiza*.

1.3.1. PROIECTAREA (DESIGN)

1.3.1.1. SINTEZA

În faza de sinteză sunt stabilite funcționalitățile produsului, unicitatea lui precum și estimări globale pentru efortul financiar necesar producerii și lansării acestuia. Informațiile rezultate în urma fazelor inițiale (Necesitatea de proiectare, Specificații și cerințe de proiectare, Colectarea datelor relevante și întocmirea studiului de fezabilitate) sunt în general greu de captat pe un sistem de calcul, scopul lor fiind de a stabili elementele de proiectare la nivel conceptual și prospectiv.

În această etapă se pot folosi, ca elemente ajutătoare, sisteme expert și baze de cunoștințe care să asigure un aspect unitar și logic al procesului, beneficiind totodată și de experiența cumulată în domeniul respectiv, chiar dacă personalul implicat nu a mai participat la proiecte de acest tip. Aceste instrumente ajutătoare sunt programe special dezvoltate, care folosind concepte de inteligență artificială, permit elaborarea de soluții la probleme noi, de mare complexitate, cu posibilitatea de a completa cunoștințele curente cu cele dobândite din situații noi.

Ca rezultat al acestor faze, încheiate cu cea de *Proiectare conceptuală*, pot să rezulte schițe și desene de ansamblu care să exprime relațiile dintre anumitele componente ale produsului precum și restricții de natură funcțională, geometrică, tehnologică etc.

În acest stadiu, de obicei lucrează mai multe echipe, care prezintă câte o variantă proprie, soluția globală a produsului fiind stabilită după analizarea acestor variante de sinteză.

De exemplu în cazul unui autoturism, până la această etapă se pot stabili caracteristici generale ale unor soluții tehnice, care nu puteau fi enunțate din faza *Necesității de proiectare*. După analiza mai multor variante elaborate de colective separate, se pot cunoaște cu precizie elementele ce caracterizează subansamblele importante ale acestuia: tipul caroseriei, soluții de securitate pasivă, tipul motorului și al transmisiei, amplasarea acestora pe vehicul, soluții ale sistemului de frânare și direcție, nivelul de echipare etc.

Subetapa de sinteză se încheie cu o încercare de a pune proiectarea conceptuală în contextul ingineriei abstracte pentru a evalua performanțele produsului așteptat. Acest lucru se face prin *Modelare și simulare*.

Această fază este una dintre cele mai laborioase dintr-un proces modern de proiectare, pentru că presupune realizarea unor modele virtuale tridimensionale pe computer, pentru fiecare componentă a produsului până la cel mai mic detaliu.

Aceste *modele virtuale tridimensionale* reprezintă coloana vertebrală pentru toate etapele din ciclul de fabricație al produsului. Într-un proces modern de proiectare și fabricație aceste modele virtuale odată create sunt accesate în interiorul unei rețele informatice locale a întreprinderii, (sau chiar într-o rețea globală de colaboratori externi), reducând considerabil necesitatea documentației tehnice intermediare și eliminând suprapunerile, când persoane diferite efectuau activități similare.

Modelele virtuale sunt foarte flexibile și pot fi modificate ulterior în cadrul altor faze și activități de către persoane diferite pe baza unor necesități funcțional-tehnologice, pot servi la extragerea documentației plane sau pot fi folosite direct la comanda echipamentelor cu comandă numerică.

1.3.1.2. ANALIZA

În etapa de *analiză* se definitivează produsul cu toate subansamblele sale, din punctul de vedere al dimensiunilor geometrice și materialelor utilizate și se întocmește documentația de execuție unde este cazul.

În faza de *analiză*, pentru început se folosesc pachete de programe de analiză cu element finit, care permit evaluarea efectului solicitărilor statice, dinamice, a distribuției câmpului termic, de viteze și presiuni într-un fluid, sau a celui electromagnetic.

Folosind programe din această categorie, în condițiile modelării corecte a fenomenului analizat, se pot obține rezultate foarte aproape de situația reală, care în condiții de calcul cu metode clasice ingineresti ar fi fost imposibile.

Cum numărul mărimilor implicate într-o astfel de analiză este mare și dependențele lor complexe, pentru obținerea celei mai bune soluții este necesară o optimizare a modelului. În acest stadiu al proiectului este important scenariul "Ce-ar fi dacă..." - *What if*, care permite implementarea unor algoritmi de *optimizare* ai produsului respectiv, definitivând astfel configurația fiecărui subansamblu în funcție de anumite criterii de optimizare și restricții impuse.

În faza de *evaluare a proiectării* de obicei se construiește un *prototip* de laborator al produsului, sau pentru produse mai puțin pretențioase se poate folosi prototipul virtual creat pe computer. În această fază se pot definitiva toleranțele, se pot stabili consumurile de material și face analize de cost.

Însă pentru ramuri cum ar fi industria de automobile, timpul de realizare al unui prototip și costurile aferente pot fi foarte mari în condițiile presiunii pieței concurențiale. În aceste domenii se pune mare accent pe folosirea tehnologiilor *Rapid Prototyping* care permit obținerea în timpi foarte mici (de la câteva minute la câteva ore) a unei machete la scara reală sau chiar a unui prototip funcțional care poate fi testat.

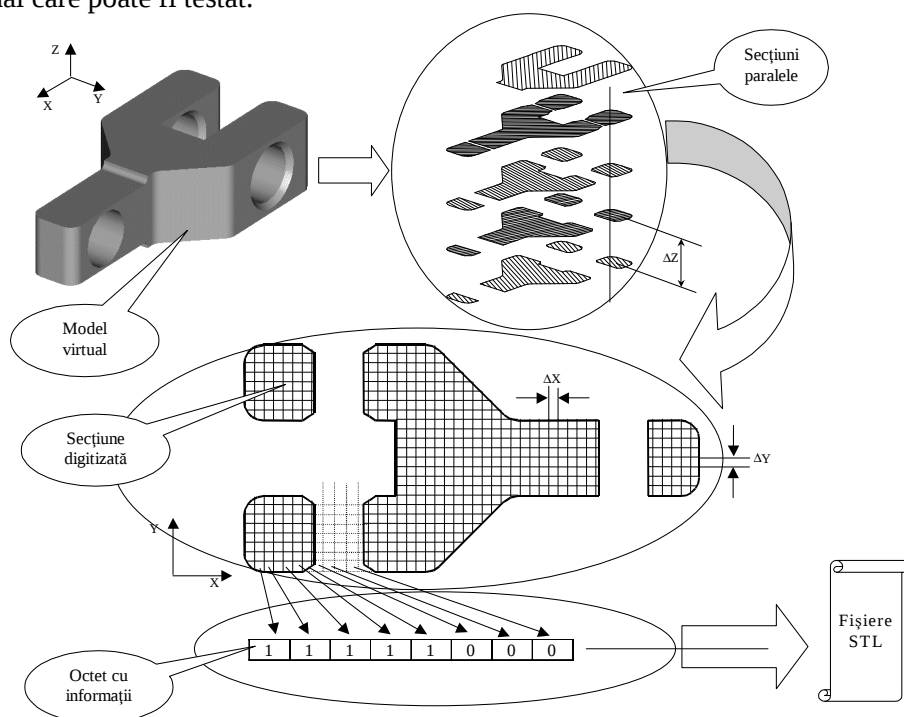


Figura 1.3 Schema de principiu a procedurilor FFF

În figura 1.3 este prezentată schema de principiu a acestor procedee, care se bazează pe modelul virtual tridimensional realizat în etapele anterioare. Acesta este secționat de o rețea de plane paralele distanțate între ele cu o valoare de dimensiuni micrometrice.

La intersecția modelului virtual cu aceste plane rezultă o secțiune plană prin corpul respectiv, care este la rândul ei împărțită într-o rețea rectangulară foarte fină, cu pasul de dimensiuni micrometrice.

Informațiile despre zonele din secțiune care conțin material și cele care nu conțin material sunt ulterior codificate la nivel de bit în octeți de informație și sunt transmiși spre echipamentele din această categorie numită și *Fast Free Form Fabrication*, sau prescurtat FFFF. Un element de imagine ce corespunde unei zone cu material va genera un bit cu valoarea 1, iar o zonă corespunzătoare unui gol va genera un bit cu valoarea zero.

Din această categorie cele mai folosite procedee sunt:

➔ **Selective Layer Sintering – SLS (sinterizare selectivă în straturi)**

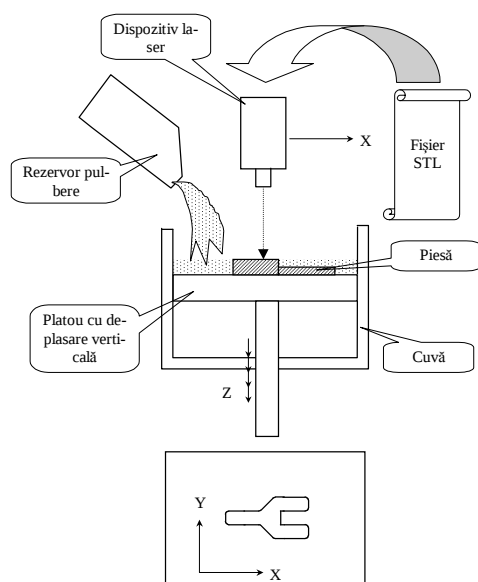


Figura 1.4 Schema de principiu a procedurii SLS

Este unul dintre cele mai performante procedee pentru că permite obținerea directă din modelele virtuale, fără nici o pregătire de fabricație, a unor piese metalice, care pot fi direct testate în subansamblele unde se vor integra.

Prin acest procedeu firma BMW realizează prototipurile pentru chiulase și bieie la diverse motoare în numai câteva ore de la finalizarea virtuală a acestor piese fără nici o documentație de execuție.

Schema de principiu a unui astfel de echipament se poate observa în figura 1.4. El se compune dintr-o cuvă fixă în interiorul căreia un platou se deplasează pe verticală, către în jos, cu o mișcare incrementală. Pe acest platou se așterne un strat fin de pulbere specială de sinterizare, după care un echipament laser baleiază suprafața platoului primind mișcare după axele X și Y. Echipamentul laser este comandat în baza datelor din fișierul STL creat anterior (vezi figura 1.4). El trimite impulsuri atunci când se află în locația fizică a secțiunii curente ce corespunde unui bit cu valoarea 1 și se deplasează fără să emită fascicul dacă

bitul corespunzător este 0. În locul de impact al fasciculului cu stratul de pulbere se petrece o sinterizare locală, particulele aderând la stratul deja existent.

După epuizarea tuturor datelor corespunzătoare unei secțiuni, platoul coboară cu o valoare corespunzătoare distanței dintre două plane de secțiune efectuate în modelul virtual (vezi figura 1.4), se așterne un nou strat de pulbere și procesul se reia până la ultimul plan. Datorită proprietăților pulberii și parametrilor fasciculului laser, procesul de sinterizare locală cuprinde și stratul anterior deja creat, asigurând astfel continuitatea de material în volumul piesei.

După obținerea piesei prin acest procedeu este necesar un tratament termic de omogenizare, precizia dimensională fiind de ordinul a câteva sutimi de milimetru, ceea ce exclude în marea majoritate a cazurilor necesitatea unor prelucrări mecanice ulterioare.

➔ Stereo-Lithography – STL (Stereo litografie)

Este primul procedeu FFFF care a fost pus la punct și permite obținerea unor piese dintr-o rășină specială care se solidifică local sub impactul unei raze laser. Principial este foarte asemănător cu procedeul SLS, la care pulberea este înlocuită cu o rășină specială.

Acest procedeu se folosește în special la realizarea de învelitori de formă complexă, care ulterior vor fi realizate din tablă, cu aplicații în industria de automobile și aeronautică. Ele sunt folosite la realizarea unor machete ce vor fi testate în tunele aerodinamice sau vor permite evaluarea diverselor performanțe, sesizarea unor incompatibilități de montaj etc. ale diverselor produse.

➔ Laminated Object Manufacture – LOM (Obiecte fabricate stratificat)

Principial acest procedeu este asemănător cu cele anterioare. Deosebirea constă în faptul materialul din care se construiește piesa se află sub forma unei folii care se derulează între doi tamburi. Fasciculul laser decupează din această folie care aderă la straturile anterior create.

Piese astfel realizate au o mare rigiditate, firma Volkswagen realizând în mod curent prototipurile pentru carcasele cutiilor de viteze.

De precizat că aceste procedee au aplicații și în alte domenii cum ar fi chirurgie cerebrală și cardiacă, stomatologie etc. Datele inițiale tridimensionale sunt colectate din tomografii computerizate fiind utile la operații dificile, unde este necesară cunoașterea exactă a configurației locale a țesuturilor.

După eventualele modificări impuse de faza de evaluare a proiectului, se poate întocmi *documentația de execuție*, care presupune desene de execuție, de ansamblu, rapoarte și materiale de prezentare. Aceste desene se obțin direct din modelul tridimensional prin care se fac secțiuni, proiecții în vederi multiple, folosind facilitățile de cotare automată și control al vizibilității anumitor entități grafice în diversele vederi. Această manieră de lucru asigură o corelare perfectă a tuturor elementelor din proiecțiile ortogonale și înscrierea corectă a valorii tuturor cotelor.

În schema din figura 1.2 se poate astfel evidenția aria activităților care fac obiectul conceptului de CAD. După cum se poate observa acesta acoperă activități diverse, care folosesc în comun *modelul virtual tridimensional* al diferitelor componente și subansamble.

1.3.2. EXECUȚIA (MANUFACTURING)

Odată încheiată etapa de proiectare constructivă, cu informațiile obținute se poate trece la etapa de *execuție*. În acest stadiu la procesele moderne de fabricație, pentru cele mai multe dintre repere, nu se mai folosesc copii ale documentației rezultate după proiectare, ci sunt accesate direct *modelele virtuale* definite anterior care sunt acum analizate cu sisteme CAPP (Compter Aided Process Planning).

În această etapă *proiectarea tehnologică* este considerată coloana vertebrală a întregului proces de obținere a produsului. Ea presupune determinarea celei mai eficiente secvențe de obținere a produsului și trebuie să țină seama de toate aspectele tehnologice (planificarea producției, partea de SDV-istică, materiale, etc.).

Datorită necesităților de flexibilitate a fabricației, multe prelucrări se efectuează pe mașini cu comandă numerică. Dacă înainte de integrarea modelării tridimensionale în programarea traiectoriilor sculei această activitate era extrem de laborioasă și supusă erorilor, în momentul de față este posibilă obținerea automată cel puțin a ciclurilor de degroșare și a tuturor corecțiilor sculei direct din aceleași modele virtuale tridimensionale. Acestea permit totodată și verificarea traiectoriilor sculelor. Simultan cu reprezentările grafice adecvate, sunt înscrise în fișiere text instrucțiunile APT² care vor fi transmise echipamentelor CNC.

Tot în această fază utilizând aceleași modele, se fac și simulările pentru programarea roboților folosiți în diferitele stadii de execuție a produsului. Aceste facilități sunt accesibile indiferent de complexitatea produsului.

Elaborarea documentației de exploatare și întreținere este mult simplificată de aceleași modele virtuale, integrate în diferite subansamble, folosind facilitățile de reprezentare explodată, secționare etc. Din ce în ce mai frecvent, companii de prestigiu, cum ar fi Jaguar din Marea Britanie, folosesc aplicații multimedia pentru instruirea personalului de întreținere. Folosind tehnici de animație bazate pe aceleași modele virtuale, completate cu comentarii vocale, sunt prezentate operațiile de întreținere la diversele subansamble, fiind totodată posibilă și testarea interactivă a calificării personalului care asigură întreținerea.

Fazele de *control* (CAQ – Computer Aided Quality) dimensional și de poziție reciprocă pot de asemenea să fie integrate într-un sistem digital, furnizând dinamic date prin intermediul traductoarelor inductive, scannerelor și traductoarelor de poziție 3D, mașini de măsurat în coordonate, sau chiar a unor instrumente de măsură simple (șublere, micrometre), utilizând semnale analoge sau digitale.

După eventuale faze de asamblare intermediară și alte controale, se trece la *ambalarea și transportul* produsului care acum intră în zona activităților de *marketing*.

Utilitatea modelelor virtuale realizate anterior, se extinde și în acest stadiu de existență al produsului. Ele sunt folosite acum pentru realizarea de pliante, prezentări animate, pagini web pentru Internet ș.a.m.d.

Este de remarcat că ciclul de fabricație al unui produs se încheie prin reacția consumatorului (relația cu piața) ceea ce generează necesitatea unui nou produs cu caracteristici diferite față de cel existent.

² APT-Automatically Programmed Tools: standard pentru programarea mașinilor cu comandă numerică -CNC

1.4. CERINȚE ALE UNUI SISTEM CAD

Pentru diferitele etape de dezvoltare a produsului, cuprinse în aria CAD, se folosesc aplicații software cu caracteristici diferite. Deși în momentul de față aceste aplicații se dezvoltă continuu, acoperind mai multe etape, din cauza complexității și a varietății problemelor ingineresti, nu există încă nici o aplicație capabilă să rezolve toate aceste aspecte.

Din cele prezentate anterior, putem evidenția necesitățile în fiecare etapă a ariei CAD, în scopul selectării uneltelor ingineresti adecvate:

Proiectarea conceptuală:

- ➔ tehnici primare de modelare geometrică;
- ➔ ajutoare în desenare;
- ➔ manipulare și editare de entități geometrice;
- ➔ posibilități primare de vizualizare;

Modelare și simulare: față de cerințele de la proiectarea conceptuală, apar în plus:

- ➔ tehnici avansate de modelare geometrică folosind curbe și suprafețe analitice și sintetice;
- ➔ posibilități de parametrizare;
- ➔ asamblare inteligentă și animație;

Analiză:

- ➔ pachete de analiză adecvate funcționalității produsului sau subansamblului proiectat;

Optimizare:

- ➔ pachete de analiză structurală cu facilități de optimizare după mai multe criterii în funcție de tipul analizei cerute;

Evaluarea proiectării:

- ➔ pachete cu posibilități de extragere din geometria modelului a informațiilor pentru comanda echipamentelor de FFFF prin intermediul fișierelor de tip STL sau echivalente;

Întocmirea documentației și transmiterea ei:

- ➔ pachete cu posibilități de obținere a vederilor plane și secțiunilor din geometria 3D;
- ➔ de înscriere a toleranțelor și menținere a legăturii biunivoce dintre componentele aceluiași ansamblu;
- ➔ obținerea consumurilor de material;
- ➔ reprezentări realiste;
- ➔ suport OLE;

1.5. IMPLEMENTAREA UNUI SISTEM CAD

Având în vedere problemele din ciclul de producție pe care le tratează aria CAD, cât și caracteristicile uneltelor ingineresti necesare, este evident că un sistem CAD presupune două componente: *hardware*, reprezentat de echipamentul fizic și *software* sau partea care asigură legătura utilizatorului cu echipamentul sub toate aspectele:

- ➔ introduceri de comenzi;
- ➔ date pentru definirea comenzilor;
- ➔ afișarea răspunsului hard-ului în urma efectuării comenzilor lansate de utilizator;

Din punct de vedere *hardware* în momentul de față se folosesc: sisteme bazate pe microprocesor, stații grafice bazate pe procesoare RISC sau compute-re main-frame, care eventual pot fi interconectate între ele în rețele locale sau globale. În momentul de față cele mai utilizate sisteme sunt cele bazate pe microprocesoarele firmei Intel, sau echivalente (familia 486, 586) și în mai mică măsură, în Europa, cele bazate pe microprocesoarele firmei Motorola. Primele dintre ele mai sunt cunoscute și sub denumirea de calculatoare PC (Personal Computer).

Partea de soft reprezintă de fapt programe scrise în limbaje avansate, C, C++, limbajul de asamblare al procesorului respectiv, mai rar în ultimul timp în Fortran sau alte limbaje. Acestea exploatează facilitățile oferite de partea de hard, simulând o reacție inteligentă a echipamentului la diversele comenzi ale utilizatorului.

1.6. Evaluarea unui sistem CAD

Pentru a putea evalua performanțele unui sistem CAD, se vor enumera în continuare câteva caracteristici defalcate la nivelul componentelor sistemului, astfel:

1.6.1. HARDWARE

Dintre cele mai importante caracteristici putem aminti:

- ➔ tipul unității centrale;
- ➔ frecvența de lucru a acesteia;
- ➔ memoria internă (tipul și cantitatea disponibilă);
- ➔ performanțele plăcii grafice, care asigură transmiterea informației către monitorul sistemului;
- ➔ capacitatea de stocare a discurilor dure;
- ➔ performanțele și tipul perifericelor (monitor, tastatură, periferice de punctare);
- ➔ posibilități de cuplare a altor periferice: unități de compact disc, unități de discuri optice, plăci suplimentare pentru achiziții de date sau comandă a unor echipamente speciale;
- ➔ posibilități de îmbunătățire ulterioară prin ridicarea performanțelor componentelor deja înglobate în sistem;

1.6.2. SOFTWARE

În afară de caracteristicile hardware, sunt foarte importante pentru exploatarea unui sistem CAD și caracteristicile software-ului care se utilizează în diferitele etape ale ciclului unui produs. Dintre criteriile cele mai uzuale în evaluarea softului de CAD putem aminti:

1.6.2.1. Tehnici de modelare

Tehnicile de modelare, reprezintă pentru ingineria mecanică o serie de facilități care permit crearea în spațiul virtual al calculatorului, a corpurilor ce intră în alcătuirea unui ansamblu. În cursul acestui proces sistemul CAD creează și întreține o structură internă ce conține informațiile despre entitățile grafice existente la un moment dat într-un desen. Această structură este numită uzual *bază de date* datorită organizării interne ce folosește structuri de date comune bazelor de date cu informații strict alfanumerice. Tehnicile de modelare disponibile momentan sunt: modelarea wireframe, modelarea cu suprafețe, modelarea cu solide.

1.6.2.1.1. Modelarea wireframe

Acest tip de modelare presupune reprezentarea unui obiect prin entități simple de tip linie, cerc, arc de cerc, curbe spline, care urmăresc muchiile obiectului real. Această tehnică de modelare este prima folosită în istoria programelor de CAD, pentru că a apărut ca o necesitate de a produce mai rapid, mai precis și într-o manieră mai flexibilă documentația finală de execuție. În acest mod s-au putut rezolva la început problemele de desenare directă a proiecțiilor ortogonale, vederilor și secțiunilor necesare. Totodată s-au rezolvat și aspecte legate de cotarea și hașurarea acestor desene. Ulterior, când performanțele hardware-ului s-au îmbunătățit simțitor, a fost posibilă și introducerea algoritmilor de reprezentare 3D care impuneau manipularea unui volum mare de date într-un timp scurt.

În momentul de față toate sistemele CAD folosesc și acest mod de reprezentare din următoarele considerente:

- ➔ multe construcții 3D de suprafețe și solide se obțin mai repede și mai natural din entități simple prin transformări ca rotații, extrudări etc.;
- ➔ pentru etapa de modelare conceptuală performanțele reprezentării wireframe sunt suficiente;
- ➔ pentru a păstra compatibilitatea cu sistemele mai vechi de CAD care nu aveau modelatoare pentru 3D;
- ➔ este folosită și de modelatoarele 3D ca o alternativă rapidă fiind simplu de implementat, folosește memorie puțină, transformările 3D aplicate obiectului sunt reprezentate rapid;
- ➔ reduce timpii de lucru în fazele inițiale ale modelării când nu sunt necesare proprietățile de masă și reprezentări precise ale muchiilor ce rezultă din diverse operații;
- ➔ la operațiile complexe de modelare permite definirea unor puncte folosite în construcție prin referirea punctelor particulare ale entităților wireframe: centre de cercuri sau arce de cerc, intersecții de entități wireframe (linii arce sau cercuri), capetele acestora, puncte cardinale la cercuri etc;

Cu toate aceste avantaje reprezentarea wireframe are și o serie de limitări:

- ➔ reprezentări ambigui ale obiectelor datorită imposibilității de a implementa algoritmi de ascundere a muchiilor (nu sunt reținute informații despre fețele obiectului);
- ➔ greutatea reprezentării intersecțiilor de cilindri cu alți cilindri sau chiar cu plane;
- ➔ nu există informații despre arii, proprietăți de masă;

Ceea ce a impus și alte moduri mai complete și rapide de reprezentare a realității.

1.6.2.1.2. Modelarea cu suprafețe

O clasă aparte de obiecte ingierești o constituie cele unde intervin înveliuri din table. De obicei acestea au forme care nu au reprezentare analitică și trebuie să respecte anumite criterii de curbura în anumite puncte, rezemare pe curbe predefinite, continuitate a tangentei etc. Astfel de situații sunt frecvente în aviație, construcții de nave, construcții de autovehicule. Pentru rezolvarea acestor probleme s-a creat o altă manieră de reprezentare a corpurilor care reține astfel și informații despre zonele dintre muchiile obiectului, care capătă acum "consistență".

Acest mod de reprezentare pentru suprafețele neanalitice presupune memorarea a două tipuri de informații: cantitative - o mulțime de puncte prin care trece suprafața și calitative - finețea și corectitudinea reprezentării.

Pentru reprezentările acestor suprafețe există tehnici care interpolatează, cum ar fi suprafețele B-spline (suprafața trece prin aceste puncte), sau care aproximează suprafața, cum ar fi cele Bezier (suprafața nu trece prin punctele care sunt reținute în structura internă). În acest fel se pot reprezenta și suprafețe obținute din date experimentale sau scanare tridimensională.

Pentru a reduce volumul datelor memorate la acest tip de modelare, se alege o reprezentare internă convenabilă care să permită obținerea rapidă a derivatelor parțiale în diverse puncte, ele intrând în calculul tangentelor, normalelor și al razelor de curbura. O formulare convenabilă din acest punct de vedere este cea polinomială, uzual folosindu-se funcții polinomiale de gradul trei sau patru.

Pentru vizualizarea acestor suprafețe se folosesc entități wireframe sub forma unei rețele $m \times n$, pasul ei fiind controlabil de către utilizator;

Dintre cele mai folosite tipuri de suprafețe amintim:

- ➔ suprafețe plane, folosite pentru secțiuni transversale etc;
- ➔ suprafețe Coons;
- ➔ suprafețe Bezier;
- ➔ suprafețe B-spline;
- ➔ suprafețe NURBS;
- ➔ suprafețe rulate;
- ➔ suprafețe de revoluție;

Avantajele acestei reprezentări sunt:

- ➔ posibilitatea de verificare a interferenței dintre mai multe obiecte;
- ➔ generarea de secțiuni transversale prin aceste corpuri;
- ➔ generarea automată a rețelei noduri și elemente la analiza cu elemente finite;
- ➔ generarea automată a traiectoriilor sculelor pentru prelucrarea pe mașini cu comandă numerică;

- ➔ posibilitatea de a implementa algoritmi de *Hide*³ și *Shade* pe aceste suprafețe;

1.6.2.1.3. Modelarea cu solide

Dacă la reprezentarea corpurilor prin metoda wireframe sau cu suprafețe sunt memorate numai date legate de geometria corpului, la modelarea cu solide este reținută suplimentar și partea de topologie, care descrie interconectarea și relațiile dintre elementele ce compun corpul.

Există în momentul de față mai multe modele matematice pentru descrierea solidelor, toate având la bază elemente de teoria mulțimilor, completate cu operatorii adecvați. Cele mai frecvente modele sunt:

Half-spaces are la bază ideea că orice entitate ce delimitează un corp împarte planul real infinit în două semiplane denumite *half space*: unul care conține material și celălalt care se află în exteriorul corpului. La rândul lui fiecare astfel de *half space* este infinit și nu poate defini singur un corp real mărginit. Pentru a defini în mod unic obiectul este nevoie de mai multe *half-spaces*, fiecare cu complementul său și cu direcția normalei la aceste half-space. Astfel, un paralelipiped poate fi definit pe baza reuniunii a șase half-space de tip plan.

Boundary representation sau abreviat *B-rep* este de fapt o mulțime de suprafețe închise, neîntrerupte și orientabile, care determină limitele fizice ale obiectului. Pe fiecare dintre aceste fețe se pot identifica muchii ce se interconectează în colțuri denumite vertexuri. Structura aceasta este menținută de obicei pentru a accelera reprezentarea pe display atunci când asupra corpului se fac anumite transformări geometrice (translații, rotații, scalări). În mod normal ea singură poate determina în mod unic un corp însă nu oferă informații directe despre proprietățile de masă ale acestuia și face mai dificile anumite operații de editare ale corpului respectiv.

Constructive Solid Geometry sau abreviat *CSG* are la bază noțiunea topologică de descompunere a unui corp într-o serie de primitive, care pot fi combinate într-o anumită ordine pe baza operațiilor boolene, astfel încât corpul respectiv să fie unic determinat. Primitivele sunt de obicei figuri geometrice elementare cum ar fi cilindri, conuri, paralelipede, etc. ce sunt considerate a fi entități valide mărginite de suprafețe orientabile. După fiecare operație booleană structura organizată sub forma unui arbore binar este actualizată primind un nou nod ce pointează la rândul lui spre o structură complexă care identifică noua primitivă introdusă și operația care a fost folosită.

Important este că, în final, se reține în memorie întreaga istorie a construirii corpului respectiv, făcând astfel posibilă editarea lui și eventual parametrizarea acestuia prin atașarea unor variabile la geometria care consideră proiectantul că ar fi posibil să fie afectată de modificări ulterioare.

Sweep este o modalitate de a descrie corpuri în situația când acestea prezintă grosime constantă sau simetrie axială, adică așa numitele corpuri în spațiul 2.5D. Descrierea corpului presupune deplasarea unei curbe ce conține profilul acestuia pe o altă curbă ce dă direcția de deplasare. Tehnica are dezavantajul că în situația alegerii inadecvate a direcției de deplasare, pot să rezulte corpuri in-

³ Acești algoritmi permit reprezentarea corpurilor 3D cu ascunderea muchiilor invizibile, respectiv cu umbrirea suprafețelor ce reprezintă fețele obiectului

valide. Această tehnică este înglobată de multe ori și în modelatoarele bazate pe CSG și B-rep, sub forma unor corpuri așa zis extrudate sau de revoluție.

Analytic Solid Modeling sau abreviat *ASM*, este o tehnică de descriere a corpurilor solide ce provine din programele de analiză cu element finit. La aceste programe corpul supus anumitor calcule de natură elastică, termică etc. este descompus geometric într-o serie de corpuri elementare, definite de mai multe puncte denumite *noduri*. Pe aceste domenii elementare cu formă geometrică simplă se exprimă ecuația fenomenului mecanic modelat, după care se assemblează într-o formă matricială la nivelul întregului corp.

Descompunerea corpului inițial în corpuri elementare cu geometrie regulată este ideea de bază și la modelatoarele cu solide bazate pe reprezentarea ASM. Pentru a modela cât mai exact corpul inițial, corpurile elementare sunt reprezentate într-un spațiu parametric unde au formă regulată, indiferent de forma reală din spațiul cartezian. Pentru fiecare corp elementar se stabilește câte o transformare ce asigură convertirea coordonatelor între cele două spații, caracterizat de iacobianul acestei transformări. La solidele modelate analitic calculul proprietăților de masă este mult simplificat, pentru că se pot evalua rapid la nivel de corp elementar și compune ulterior pentru întreg corpul.

Această tehnică este cea mai exactă însă de multe ori în modelatoarele cu solide apar și informații geometrice hibride care sunt proprii celorlalte tehnici.

1.6.2.2. Biblioteci de simboluri

Reprezintă capabilitatea unui software de CAD de a crea și folosi ulterior în orice desen entități grafice compuse, care au o frecvență mare de apariție (elemente standardizate, normalizate, etc.). Pentru elementele care au o geometrie fixă, unele programe de CAD nu inserează efectiv în desenul curent entitățile elementare ce compun simbolul respectiv, ci introduc numai o *referință* la acesta. În acest mod se face o mare economie de spațiu disc și memorie, în special la lucrul cu modele tridimensionale. Un alt avantaj este faptul că în desenul curent simbolul referit apare cu eventuale modificări făcute după momentul inserării fără să mai fie nevoie de alte operații conexe. Această tehnică afectează numai posibilitățile de editare a acestor simboluri, în sensul că fiind numai referite ele se pot modifica numai în desenul original și nu în cele în care apar numai ca imagini.

1.6.2.3. Generarea de rapoarte

Reprezintă capabilitatea unui software de CAD de a crea note cu consumuri de material și cu alte informații negrafice ce sunt atașate entităților grafice din desen. Ele sunt reținute sub forma unor *attribute*, care pot fi sau nu vizibile în desen și a căror valoare se poate modifica în orice moment și ulterior îngloba în rapoarte generate pe anumite criterii.

La unele sisteme de CAD aceste attribute pot fi stocate în fișiere externe, în desen neexistând decât o referință către aceste date. În ultimul timp conceptul acesta s-a extins mergând până la stabilirea unei legături biunivoce între entitățile grafice din desen și date alfanumerice din fișiere externe gestionate cu programe consacrate pentru baze de date: dBase, Oracle, Informix, Paradox. Acest lucru permite întreținerea bazei de date atât din programul de gestiune consacrat, cât și din sistemul de CAD. În acest fel informațiile alfanumerice atașate la entitățile din desen (cum ar fi preț, stoc, furnizori, material etc.) sunt în perma-

nență actualizate fără să fie nevoie de operații laborioase de corelare ca în cazul utilizării atributelor.

1.6.2.4. Parametrizarea modelelor

Reprezintă capabilitatea unui software de CAD de a crea un model geometric de mare generalitate, care nu este limitat la o singură combinație a tuturor dimensiunilor și condițiilor geometrice care îl determină în mod unic. Astfel încă din faza de modelare, se pot stabili dimensiuni cu caracter variabil și impune restricții de natură geometrică ce vor fi respectate ulterior când se va modifica valoarea unei dimensiuni declarate ca variabilă. Astfel se pot construi într-un timp foarte scurt și cu muncă puțină, mai multe variante ale aceluiași corp, modificând numai valorile unor cote variabile.

Această facilitate este foarte importantă în cazul bibliotecilor de simboluri, unde multe dintre elementele standardizate și normalizate diferă între ele doar prin valoarea unor cote, permițând reducerea majoră a spațiului de memorie ocupat de ele.

1.6.2.5. Elemente ajutătoare în modelare

Reprezintă facilitatea unui software de a oferi un control cât mai comod asupra creării și modificării tuturor entităților grafice cu cât mai puține operații auxiliare. Dintre aceste facilități amintim:

- ➔ pentru entitățile wireframe: grile rectangulare ce ajută la respectarea paralelismului, accesarea unor puncte particulare de căpăt, mijloc, intersecție cu alte entități etc;
- ➔ pentru entitățile de tip suprafață: determinarea intersecțiilor între mai multe entități, racordarea și teșirea unor suprafețe, respectarea unor condiții de tangență și perpendicularitate, etc;
- ➔ pentru entitățile de tip solid: înlocuirea unor primitive din structura CSG atașată unui corp, operații boolene cu alte corpuri, operații de *tundere (trim)*, sau *extindere* până la alte entități eventual de tipuri diferite, etc.
- ➔ cu caracter general: definirea mai multor sisteme de coordonate carteziane, polare, sferice, absolute sau relative, care să poată fi referite în orice moment;
- ➔ definirea unor planuri de construcție ajutătoare, a unei structuri de straturi, precum și a unor criterii de selecție multiple pentru operații de editare, etc;

1.6.2.6. Generarea documentației ingineresti de execuție

Reprezintă facilitatea unui software de a obține rapid, din modelele tridimensionale *proiecțiile, vederile și secțiunile* necesare întocmirii documentației clasice. Acest lucru presupune facilități de hașurare, cotare și tolerare a deseneilor plane obținute. Unele dintre sistemele de CAD păstrează legătura dintre proiecțiile făcute și modelul tridimensional, în sensul că modificarea unei cote dintr-o proiecție va atrage după sine și modificarea modelului tridimensional sau invers.

1.6.2.7. Asamblarea

Reprezintă capabilitatea unui software de CAD de a întreține intern structuri de tip graf, care să permită realizarea unor ansamble inteligente, astfel: mo-

dificarea dimensiunii unei suprafețe de montaj a unui corp, să producă automat și la piesele conjugate, care se assemblează pe suprafața respectivă, aceiași modificare.

1.6.2.8. Posibilități de personalizare

Reprezintă capabilitatea unui software de CAD de a permite modificări ale interfeței cu utilizatorul, în raport cu anumite cerințe, precum și definirea unor elemente grafice proprii: tipuri noi de linii, modele de hașură, corpuri de literă și caractere noi pentru entitățile de tip text, etc.

1.6.2.9. Programarea nucleului grafic al sistemului

Reprezintă capabilitatea unui software de CAD de a permite utilizatorului să-și dezvolte propriile aplicații bazate pe noi concepte abstracte, folosind biblioteci de funcții grafice ce apelează direct nucleul grafic al sistemului respectiv. Unele sisteme permit astfel dezvoltarea unor aplicații la nivel profesional folosind limbaje cum ar fi Basic, C, Lisp etc.

1.6.2.10. Facilități STL și acuratețea datelor

Reprezintă capabilitatea unui sistem CAD de a putea comanda un echipament de Rapid Prototyping pe baza datelor din fișiere standardizate în format STL. Acest lucru presupune efectuarea unor secțiuni paralele foarte apropiate prin corpul respectiv și transformarea lor într-o formă matricială binară ce conține informații despre zonele cu material și cele fără material.

1.6.2.11. Comunicarea cu alte aplicații din aria CAD sau CAM

Reprezintă capabilitatea unui sistem CAD de a putea scrie și citi modele geometrice într-o formă standardizată care să permită exploatarea în comun a informației de către alte componente software din aria CAD-CAM. Dintre cele mai importante standarde în acest sens amintim: IGES, DXF, ACIS, care reprezintă puntea de legătură între programele de *modelare*, cele de *analiză* și cele de *fabricație asistată*.

Din acest punct de vedere este foarte importantă aderarea la ultimele tehnologii care standardizează schimbul de date între aplicații: CORBA, STEP, ACIS. Aceste tehnologii permit o descriere a unui corp într-o manieră unitară și completă, asigurând păstrarea datelor care sunt specifice unei anumite etape de dezvoltare a produsului în întregul ciclu de dezvoltare a lui: boundary representation, arborele CSG, relații parametrice, rețele de noduri și elemente finite, proprietăți de material, elemente de factură tehnologică.

2

FUNDAMENTELE MODELĂRII GEOMETRICE

2.1. INTRODUCERE

După cum se poate vedea din prezentarea domeniului de activitate al CAD, proiectarea asistată de calculator este un concept care reunește cunoștințe din trei mari domenii: *modelarea geometrică*, *grafica asistată de calculator* și *proiectarea propriu zisă*.

Modelarea geometrică stabilește care sunt principiile reprezentării matematice ale corpurilor din realitate în raport cu un sistem de coordonate. Pentru aceasta se folosește una din tehnicile descrise succint la evaluarea unui sistem CAD. Tot modelarea geometrică mai stabilește și cum se pot exprima, față de descrierea inițială, anumite modificări de formă sau poziție în spațiu ale acestor corpuri. Pentru a simplifica implementarea lor pe un sistem de calcul, conceptele sunt exprimate în forme matriciale, deși în acest stadiu ele sunt de natură teoretică, fiind independente de orice componente software sau hardware ale unui sistem CAD.

Grafica asistată de calculator permite introducerea conceptelor de modelare geometrică în contextul unui sistem CAD. La primele sisteme CAD apărute, cum ar fi: Digital Micro VAX II, Instaview CGP-200, Sun 3, Apollo DN570A, multe din aceste elemente erau înglobate în componenta hardware. În momentul de față cele mai multe atribute ale graficii asistate sunt codificate în componenta software, ceea ce asigură mai multă flexibilitate sistemelor. Pentru aceasta, conceptele teoretice ale modelării geometrice sunt exprimate într-un limbaj de programare, ceea ce presupune: codificarea internă a datelor și organizarea lor într-o bază de date, exprimarea algoritmică a transformărilor geometrice care implementează modificările de formă și poziție, atașarea unor structuri paralele de date care asigură afișarea corpurilor pe display. Acest aspect presupune asigurarea transformărilor de coordonate din spațiul infinit 3D (unde sunt descrise corpurile din realitate), la spațiul finit 2D al display-ului (unde trebuie afișate).

Proiectarea permite rezolvarea unor probleme ingineresti concrete în care sunt implicate corpurile modelate anterior în spațiul virtual. Pentru aceasta, în primul rând se atașează la structurile anterioare informații suplimentare cum ar fi: proprietăți de material, solicitări de natură mecanică, termică etc. ale corpurilor studiate, relații cu alte corpuri cu care funcționează împreună, informații de natură tehnologică. Aceste informații complete permit, în etapa de analiză, sau în etapa de proiectare tehnologică rezolvarea problemelor concrete folosind

programe speciale din categoria celor de analiză cu element finit, sau de factură tehnologică.

2.2. MODELAREA WIREFRAME

Aceste tipuri de entități, folosite în sistemele CAD atât pentru extragerea documentației cât și pentru dezvoltarea unor construcții 3D, pot fi împărțite în două mari categorii: curbe analitice și curbe sintetice.

2.2.1. REPREZENTAREA CURBELOR

Din punctul de vedere al formei matematice curbele pot fi descrise de ecuații neparametrice și de ecuații parametrice. Cele neparametrice la rândul lor pot fi: explicite și implicite.

2.2.1.1. FORMA NEPARAMETRICĂ

▪ *Forma neparametrică explicită*

La curbele exprimate în acest mod coordonata x a unui punct se consideră variabilă independentă, iar coordonatele y și z sunt exprimate în funcție de x , ca în ecuația (2.1). Forma generală analitică neparametrică explicită este:

$$\bar{P} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ f(x) \\ y(x) \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

unde $\bar{P}$ este vectorul de poziție al punctului ce descrie curba;

Această formă nu poate fi însă utilizată pentru reprezentarea curbelor închise sau la care corespondența nu este unică între argument și valoarea funcției (cercuri, elipse, parabole, etc.)

▪ *Forma neparametrică implicită*

Curbele descrise implicit rezolvă problema celor în exprimarea implicită, întrucât curba apare ca o intersecție între două suprafețe:

$$\begin{aligned} F(x, y, z) &= 0 \\ G(x, y, z) &= 0 \end{aligned} \quad (2.2)$$

Chiar și în această situație sunt o serie de dezavantaje importante cum ar fi:

- necesitatea rezolvării sistemului de ecuații (2.2) de fiecare dată când sunt necesare puncte ale curbei la diverse comenzi;
- pentru porțiuni ale curbei cu panta foarte mare, valoarea tangentei este dificil de manevrat devenind aproape infinită;
- dacă afișarea curbei se face cu seturi de puncte sau segmente, calculele necesare pot fi foarte laborioase.

2.2.1.2. FORMA PARAMETRICĂ

Această exprimare rezolvă problemele formelor neparametrice, fiind foarte generală și în plus este și mai apropiată de reprezentările interne matriciale specifice graficii computerizate. În forma parametrică orice punct al unei curbe se exprimă ca funcție de un parametru u . El se comportă ca o coordonată locală, ecuația vectorială a curbei descrisă de punctul P având expresia (2.3):

$$\bar{P}(u) = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x(u) \\ y(u) \\ z(u) \end{bmatrix} \text{ unde } u_{\min} \leq u \leq u_{\max} \quad (2.3)$$

Ecuția de mai sus exprimă faptul că la un punct din spațiul unidimensional E^1 în u îi corespunde un punct unic din spațiul tridimensional E^3 în x, y, z .

La reprezentarea parametrică sunt necesare două valori extreme ale parametrului u care delimitează curba: $u_{\min}$, respectiv $u_{\max}$. În mod normal se folosește așa numita normalizare a spațiului E^1 în u , astfel încât valorile extreme să fie în intervalul $[u_{\min}, u_{\max}]$ care devine intervalul $[0,1]$, cu sensul pozitiv cel al creșterii parametrului u . Avantajele acestei reprezentări sunt:

- transformările geometrice ale curbelor pot fi realizate direct pe forma parametrică;
- forma parametrică are o exprimare vectorială sau matricială directă;
- se poate generaliza ușor pentru reprezentarea suprafețelor;
- nu sunt necesare informații suplimentare pentru limitele entităților, ele fiind înglobate în exprimarea parametrică.

Grafic, relația dintre spațiul $E^3(x,y,z)$ și $E^1(u)$ arată ca în figura 2.1:

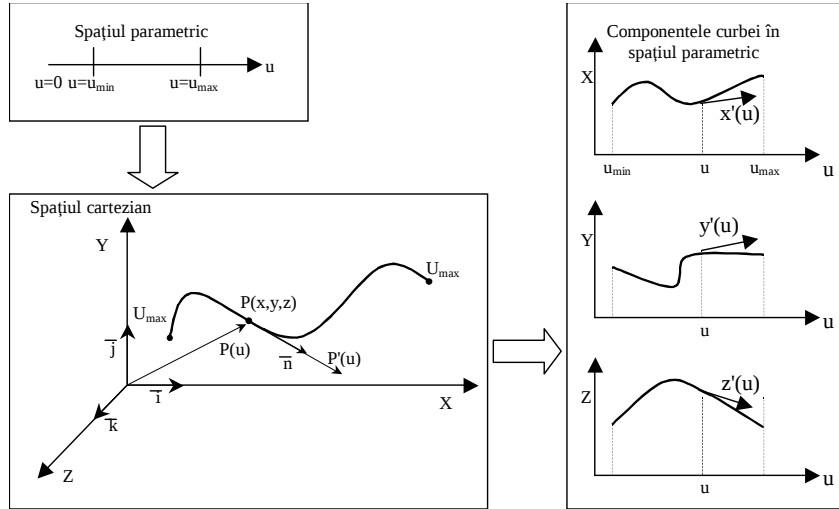


Figura 2.1

Unde $\bar{P}'(u)$ este vectorul tangentei la curbă în punctul P , care poate fi exprimat:

$$\bar{P}'(u) = \frac{d\bar{P}(u)}{du} \quad (2.4)$$

Înlocuind relația (2.3) în relația (2.4), rezultă:

$$\bar{P}'(u) = \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x'(u) \\ y'(u) \\ z'(u) \end{bmatrix} \text{ unde } u_{\min} \leq u \leq u_{\max} \quad (2.5)$$

unde $x'(u)$, $y'(u)$, $z'(u)$ sunt derivatele de ordinul 1 în spațiul parametric în funcție de u .

2.2.2. CURBE ANALITICE

Aceste curbe sunt descrise printr-o ecuație, lucru util pe un sistem CAD, pentru că multe din obiectele reale pot fi descrise prin curbe cu aspect previzibil, care au exprimare analitică. Însă nu orice formă matematică a unei curbe analitice este eficientă într-un sistem CAD datorită situațiilor de excepție cum ar fi: împărțirea la zero ce apare în urma evaluării tangentei în diverse puncte, rezolvarea dificilă pe căi analitice a sistemelor de ecuații formate pentru a evalua punctele de intersecție a mai multor curbe, etc.

2.2.2.1. LINIA

Oricare din cazurile concrete de generare a entităților de tip linie poate fi redus la acela în care linia este determinată de două puncte P_1 și P_2 , ca în figura 2.2.

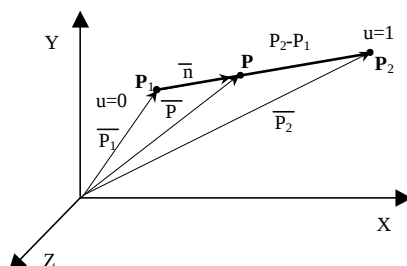


Figura 2.2

În această situație linia are următoarea reprezentare parametrică:

$$\bar{P} = \bar{P}_1 + u(\bar{P}_2 - \bar{P}_1); u \in [0,1] \quad (2.6)$$

unde u reprezintă valoarea parametrului pentru poziția punctului P de pe dreapta determinată de P_1 și P_2 .

Această relație în forma scalară devine:

$$\begin{cases} x = x_1 + u(x_2 - x_1) \\ y = y_1 + u(y_2 - y_1) \\ z = z_1 + u(z_2 - z_1) \end{cases} \quad (2.7)$$

Într-o manieră asemănătoare se pot construi ecuațiile parametrice ale liniei și pentru alte situații de definire a acesteia.

2.2.2.2. CONICE

În general într-un sistem CAD nu se reține ecuația parametrică generală a conicei pentru că ar fi necesari la fiecare entitate câte 6 coeficienți și ar fi mai laborios de afișat și de calculat eventualele modificări asupra acestei conice generale. Ecuațiile parametrice ale curbilor cele mai uzuale sunt prezentate în continuare:

▪ CERCUL

Cercul și arcul de cerc reprezintă, pe lângă linie, cele mai utilizate entități wireframe. Relativ la figura 2.3, ecuația parametrică a acestuia este cea din relația (2.8). În acest caz se presupune că planul XY coincide cu planul cercului. Această informație se atașează la structura de date ce caracterizează această entitate sub forma unui punct ce determină, cu originea sistemului de coordonate global, versorul axei Z a planului XY curent din momentul creării cercului.

$$\begin{cases} x = x_c + R \cos u \\ y = y_c + R \sin u \\ z = z_c \end{cases} \text{ unde } u \in [0, 2\pi] \quad (2.8)$$

Pentru a defini arce de cerc parametrul u ia valori între u_{start} și u_{final} , care în acest caz diferă de valorile 0 și 2π .

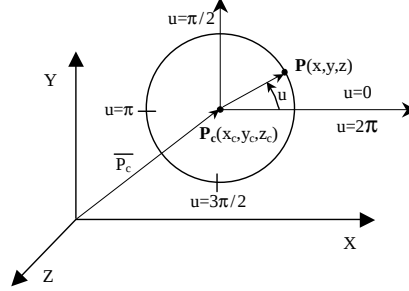


Figura 2.3

Pornind de la aceste forme parametrice se poate determina ecuația cercului și pentru alte situații, obținând sisteme algebrice liniare care sunt exprimate matricial și pot fi ușor implementate pe calculator.

▪ ELIPSA

Elipsa sau arcul de elipsă reprezintă entități care sunt generate de multe ori automat de sistemele CAD la efectuarea proiecțiilor unor cercuri pe suprafețe plane înclinate cu un unghi oarecare față de planul cercului. Ecuațiile parametrice ale elipsei sunt cele din relația (2.9), relativ la figura 2.4:

$$\begin{cases} x = x_c + A \cos u \\ y = y_c + B \sin u \\ z = z_c \end{cases} \text{ ; unde } u \in [0, 2\pi] \quad (2.9)$$

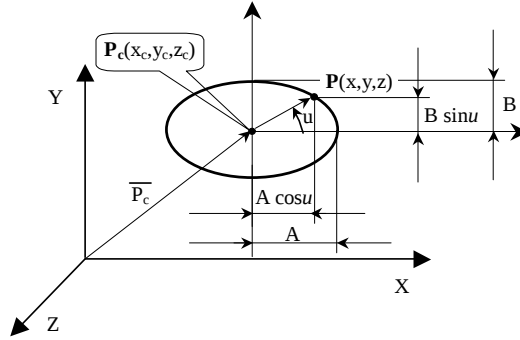


Figura 2.4

Parabola și hiperbola reprezintă cazuri particulare de conice care sunt mai rar implementate pe un sistem CAD ca și entități. Utilitatea lor este redusă pentru că, deși aparent reduc volumul de date care modelează anumite profile de acest tip, nu există echipamente nici de prelucrare nici de imprimare care să folosească direct forma analitică a acestora. În acest caz ele se modelează folosind curbe sintetice, care sunt mai generale și sunt recunoscute atât de standardele grafice cât și de echipamentele periferice, inclusiv cele de factură tehnologică.

2.2.3. CURBE SINTETICE

Pentru necesitățile de modelare a corpurilor din inginerie curbele analitice sunt insuficiente deoarece sunt limitate ca formă și sunt rigide la modificări. Aceste neajunsuri sunt evidente atunci când curbele trebuie să treacă printr-un set de puncte obținute prin măsurare, sau când sunt necesare adaptări ale formei la noi cerințe. Punctele respective se numesc *puncte de definire*, curba putând să treacă prin acestea (când o interpoalează) sau să treacă pe lângă ele respectând anumite condiții (când o aproximează).

Din punct de vedere matematic polinoamele se pretează cel mai bine la reprezentarea acestor curbe, fiind necesare însă precizarea unor condiții de continuitate a derivatelor de câteva ordine pentru a asigura o anumită suplețe în comportamentul curbei în jurul punctelor de definire. Pentru a permite controlul exact al direcțiilor tangentelor în apropierea punctelor de definire se mai utilizează un set de puncte separate, denumite și *puncte de control*.

Cerințele minime în CAD sunt asigurarea unei continuități C^1 . De obicei se folosesc polinoame de ordinul 3 care asigură continuitatea derivatelor C^0 , C^1 , C^2 , în plus fiind polinomul de ordin minim ce permite reprezentarea curbelor spațiale neplane (răsucite).

2.2.3.1. CURBE SPLINE CUBICE HERMITE

Sunt un tip de curbe care permit interpolarea unui set de puncte. Geometric ele sunt definite prin vectorii de poziție și vectorii tangentelor în punctele de definire, adică de punctele de control.

Pentru cazul plan, o curbă spline cubică conectează două puncte între ele, fiind necesari 4 vectori pentru a defini o curbă de tip *Hermite* : 2 vectori de poziție pentru cele două puncte și 2 vectori de tangentă în cele două puncte. Ecuația parametrică a unei curbe spline pentru un segment determinat de două puncte este:

$$P(u) = \sum_{i=0}^3 C_i u^i ; \text{ unde } u \in [0,1] \quad (2.10)$$

Coeficienții C_i sunt constanți, iar forma desfășurată a ecuației (2.10) este:

$$P(u) = C_3 u^3 + C_2 u^2 + C_1 u + C_0 \quad (2.11)$$

care pe componente devine:

$$\begin{aligned} x(u) &= C_{3x} u^3 + C_{2x} u^2 + C_{1x} u + C_{0x} \\ y(u) &= C_{3y} u^3 + C_{2y} u^2 + C_{1y} u + C_{0y} \\ z(u) &= C_{3z} u^3 + C_{2z} u^2 + C_{1z} u + C_{0z} \end{aligned} \quad (2.12)$$

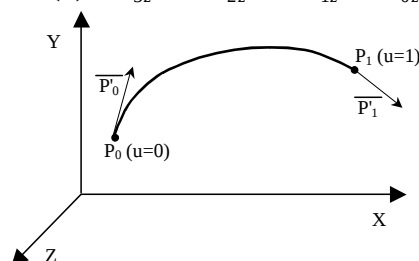


Figura 2.5

Această ecuație se poate exprima matricial astfel:

$$P(u) = U^T C \quad (2.13)$$

unde:

$$U = \begin{bmatrix} u^3 & u^2 & u & 1 \end{bmatrix}^T; C = \begin{bmatrix} C_3 & C_2 & C_1 & C_0 \end{bmatrix}^T \quad (2.14)$$

Pentru punctul P_0 ($u=0$) se obține:

$$\begin{cases} P_0 = C_0 \\ P_0' = C_1 \end{cases} \quad (2.15)$$

Iar pentru punctul P_1 ($u=1$) se obține:

$$\begin{cases} P_1 = C_3 + C_2 + C_1 + C_0 \\ P_1' = 3C_3 + 2C_2 + C_1 \end{cases} \quad (2.16)$$

din care rezultă

$$C_2 = P_1 - C_3 - C_1 - C_0 \quad (2.17)$$

din (2.16) și (2.17) rezultă:

$$\begin{aligned} P_1' &= 3C_3 + 2P_1 - 2C_3 - 2P_0' - 2P_0 + P_0' \Rightarrow \\ C_3 &= P_1' - 2P_1 + P_0' + 2P_0 \Rightarrow \\ C_3 &= 2(P_0 - P_1) + P_0' + P_1' \end{aligned} \quad (2.18)$$

din (2.18), (2.17) și (2.15) rezultă:

$$\begin{aligned} C_2 &= P_1 - 2P_0 + 2P_1 - P_0' - P_1' - P_0 - P_0 \Rightarrow \\ C_2 &= 3(P_1 - P_0) - 2P_0' - P_1' \end{aligned} \quad (2.19)$$

Înlocuind expresiile lui C_2 din (2.19), C_3 din (2.18), C_1 și C_0 din (2.15) în (2.11) rezultă:

$$\begin{aligned} P(u) &= [2(P_0 - P_1) + P_0' + P_1']u^3 + [3(P_1 - P_0) - 2P_0' - P_1']u^2 + \\ &\quad + P_0'U + P_0 \end{aligned} \quad (2.20)$$

$$\begin{aligned} P(u) &= P_0(2u^3 - 3u^2 + 1) + P_1(-2u^3 + 3u^2) + P_0'(u^3 - 2u^2 + u) + \\ &\quad + P_1'(u^3 - u^2) \text{ iar} \\ P'(u) &= P_0(6u^2 - 6u) + P_1(-6u^2 + 6u) + P_0'(3u^2 - 4u + 1) + \\ &\quad + P_1'(3u^2 - 2u) \end{aligned} \quad (2.21)$$

Ecuatiile (2.21), denumite și funcțiile de racordare se pot scrie matricial astfel:

$$P(u) = [U]^T \cdot [M_H] \cdot [V] \quad (2.22)$$

unde:

$$U = \begin{bmatrix} u^3 \\ u^2 \\ u \\ 1 \end{bmatrix} \quad M_H = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 1 & 1 \\ -3 & 3 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad V = \begin{bmatrix} P_0 \\ P_1 \\ P_0' \\ P_1' \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

unde M_H este denumită matricea *Hermite*, iar V este denumit *vectorul geometric* sau *vectorul cu condițiile de contur*;

Din ecuațiile (2.13) și (2.22) rezultă:

$$\begin{aligned} C &= [M_H]V \text{ sau} \\ V &= [M_H]^{-1}C \end{aligned} \quad (2.24)$$

Asemănător cu (2.22) se poate scrie expresia lui P' :

$$P'(u) = U^T [M_H]^u V \quad (2.25)$$

unde:

$$[M_H]^u = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 6 & -6 & 3 & 3 \\ -6 & 6 & -4 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

Ecuatiile de mai sus descriu curbele spline cubice în funcție de vectorii punctelor de capăt și de cei ai tangentelor la acestea. Aceste curbe pot fi folosite pentru afișarea pe display a altor entități, puncte intermediare obținându-se pentru valori ale parametrului u în intervalul $[0,1]$.

Ecuatiile de mai sus sunt valabile pentru un segment de curbă determinat de 2 puncte și de tangentele în punctele respective.

Pentru a generaliza problema, adică pentru a descrie o curbă spline cu $n-1$ segmente determinate de n puncte, trebuie reținute tangentele în fiecare punct de capăt al tuturor segmentelor. Problema se poate simplifica prin reținerea numai a tangentei în punctul P_0 din primul segment și în punctul P_1 din ultimul segment, la care se adaugă condiția de continuitate a derivatei de ordinul 2 în punctele interioare ce definesc curba. Aspectul curbei modelate se poate schimba prin modificarea tangentelor de la capăt, însă curba obținută poate să difere mult față de curba inițială. Ordinul acestor curbe rămâne constant, și pentru a le îmbunătăți aproximarea singura metodă este de a introduce puncte suplimentare.

2.2.3.2. Curbe Bezier

Curbele realizează aproximarea unui set de puncte care definesc curba, spre deosebire de cele spline care o interpolatează. Ele au fost dezvoltate pentru prima dată în Franța în 1959 de matematicianul DeCasteljeau pentru compania Citroen. Forma actuală a fost pusă la punct de matematicianul Paul Bezier, care a dezvoltat pentru compania Renault sistemul CAD denumit UNISURF. Ele erau folosite pentru descrierea panourilor de caroserie la automobile, câțiva ani mai târziu fundamentul matematic fiind dat publicității, de unde și numele lor.

Aceste curbe sunt mai flexibile la modificare, fiind caracterizate față de curbele spline, de următoarele diferențe:

1. Forma curbelor *Bezier* este determinată numai de punctele ce o definesc, pentru că nu intervin derivatele de ordinul 1. Acest lucru permite o mai bună corelare a poziției punctelor cu viitoarea alură a curbei.
2. Ordinul curbelor *Bezier* este variabil depinzând de numărul punctelor de control, astfel $n+1$ puncte definesc o curbă *Bezier* de ordinul n , cu o bună continuitate între puncte.
3. Curbele *Bezier* sunt mai fidele pentru că au ordin superior.
4. Vertexurile din punctele de control (în acest caz ele coincid cu punctele de definire) determină așa numitul poligon caracteristic.
5. La această curbă numai primul și ultimul punct de control se află pe curbă.

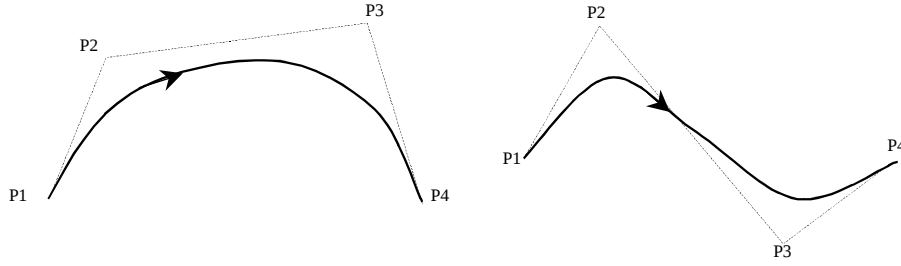


Figura 2.6

Matematic o curbă cu $n+1$ puncte este definită de un poligon de ordinul n astfel:

$$P(u) = \sum_{i=0}^n P_i B_{i,n}(u); \quad u \in [0,1] \quad (2.27)$$

unde: $P(u)$: este un punct oarecare de pe curbă;

P_i este un punct de control;

$B_{i,n}$: sunt polinoamele *Bernstein* definite ca în relația (2.28):

$$B_{i,n}(u) = C(n,i) u^i (1-u)^{n-i} \quad (2.28)$$

unde $C(n,i)$ sunt coeficienți binomiali definiți ca în relația (2.29):

$$C(n,i) = \frac{n!}{i!(n-i)!} \quad (2.29)$$

Extinzând ecuația (2.27) pe baza definițiilor din (2.28) și (2.29), ținând cont că $C(n,0)=C(n,1)=1$ rezultă:

$$P(u) = P_0(1-u)^n + P_1 C(n,1)u(1-u)^{n-1} + P_2 C(n,2)u^2(1-u)^{n-2} + \dots + P_{n-1} C(n,n-1)u^{n-1}(1-u) + P_n u^n \quad u \in [0,1] \quad (2.30)$$

6. Curba este tangentă la prima și la ultima latură a poligonului caracteristic. Pentru a evidenția acest lucru se exprimă derivatele de ordin r , care au expresiile din relația (2.31); ele se scriu pentru cele două puncte extreme, care corespund la valorile zero și 1 ale parametrului u :

$$P^r(0) = \frac{n!}{(n-r)!} \sum_{i=0}^r (-1)^{r-i} C(r,i) P_i$$

$$P^r(1) = \frac{n!}{(n-r)!} \sum_{i=0}^r (-1)^i C(r,i) P_{n-i} \quad (2.31)$$

Din expresia (2.31) se pot exprima derivatele de ordinul 1, corespunzătoare punctelor de capăt, rezultând:

$$P'(0) = n(P_1 - P_0)$$

$$P'(1) = n(P_n - P_{n-1}) \quad (2.32)$$

unde (P_1-P_0) determină primul segment și (P_n-P_{n-1}) determină ultimul segment al curbei; analog se poate stabili că derivata de ordin doi depinde de punctele P_0, P_1, P_2 și în general derivata de ordinul r depinde de cele r puncte învecinate.

7. Curba este simetrică în raport cu parametrul u . Această proprietate este foarte importantă la sistemele CAD, pentru că păstrează aspectul curbei atunci când se inversează sensul acesteia, adică se schimbă ordinea de definire a punctelor. Acest lucru este evident dacă se înlocuiește în relația (2.30)

parametrul u cu $1-u$ și ținând cont de proprietatea de simetrie a polinoamelor *Bernstein* exprimată ca $C(n,i)=C(n,n-i)$.

8. Forma curbei poate fi modificată prin deplasarea unui vertex al poligonului caracteristic, sau prin introducerea de puncte coincidente în același vertex, după cum se poate vedea în figura 2.7:

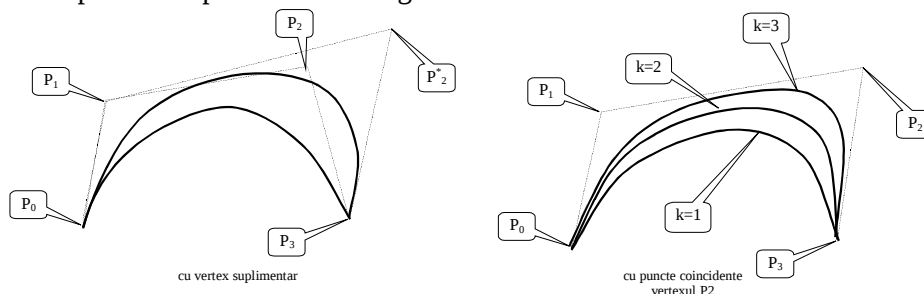


Figura 2.7 Modificare formei la curbele Bezier

9. Curbele *Bezier* posedă proprietatea *Convex Hull*. Proprietatea o posedă acele curbe plane care sunt cuprinse integral în interiorul poligonului caracteristic, sau în interiorul poliedrului caracteristic, dacă este vorba despre o curbă spațială. Curbele din această categorie au câteva proprietăți care le fac utile pe un sistem CAD:

- Dacă poligonul caracteristic degenerază într-o dreaptă, atunci și curba va fi tot o dreaptă;
- Poligonul caracteristic, denumit și poligonul *Hull* în acest caz, încadrează curba, fiind util la afișarea în ecran, sau la determinarea zonei de clipping; efectul aceasta intervine atunci când la un anumit factor de afișare curba depășește limitele ecranului și trebuie afișată numai o porțiune din ea; pentru a stabili dacă trebuie să se decupeze din curbă, este mai simplu să se testeze intersecția poligonului cu zona de clipping și numai dacă este cazul să se evalueze punctele de pe curbă care se află la limita zonei de clipping; acest artificiu reduce mult din timpul de afișare al entităților curbe care se bucură de proprietatea *Convex Hull*;

Cu toate acestea curbele *Bezier* au și o serie de dezavantaje care trebuie cunoscute atunci când se folosesc la modelare:

- Curba nu trece prin toate punctele de control, ceea ce o face dificil de anticipat;
- Curba nu permite un control local numai în jurul unui singur punct; orice modificare aplicată unui punct de control se reflectă supra întregii curbe;

2.2.3.3. Curbe B-Spline

Aceste curbe reprezintă o generalizare a curbelor *Bezier*, oferind față de acestea următoarele avantaje:

- permit controlul local al formei curbei prin folosirea unui set de funcții speciale;
- se pot adăuga puncte de control fără a mări gradul curbei respective;
- curbele pot fi folosite pentru aproximarea sau pentru interpolarea unei mulțimi de puncte date;
- gradul curbei rezultante nu este legat de numărul punctelor de aproximare;

Aceste avantaje sunt asigurate de folosirea ca bază de reprezentare a polinoamelor *B-spline* și nu a polinoamelor *Bernstein*. Descrierea curbelor *B-spline* este cea din relația (2.33):

$$P(u) = \sum_{i=0}^n P_i N_{i,k}(u) \quad u \in [0, u_{\max}] \quad (2.33)$$

unde N_{ik} reprezintă polinoamele *B-spline*, iar P_i sunt punctele de control denumite și puncte *DeBoor*; poligonul de control al curbei este în acest caz denumit și el poligon *DeBoor*;

Față de curbele *Bezier* parametrul k este independent de numărul punctelor de control n , iar valoarea maximă a parametrului u nu este limitată la 1.

Polinoamele *B-spline* se definesc recursiv ca mai jos:

$$N_{i,k}(u) = (u - u_i) \frac{N_{i,k-1}(u)}{u_{i+k-1} - u_i} + (u_{i+k} - u) \frac{N_{i+1,k-1}(u)}{u_{i+k} - u_{i+1}} \quad (2.34)$$

unde:

$$N_{i,1} = \begin{cases} 1 & \text{pentru } u \in [u_i, u_{i+1}] \\ 0 & \text{pentru } u \notin [u_i, u_{i+1}] \end{cases} \quad (2.35)$$

Termenii u_i se numesc noduri parametrice, fiind grupați în așa numitul vector nodal. Pentru o curbă deschisă ei se definesc astfel:

$$u_j = \begin{cases} 0 & j < k \\ j - k + 1 & k \leq j \leq n \\ n - k + 2 & j > n \end{cases} \quad (2.36)$$

Pentru o curbă cu $(n+1)$ puncte de control care să aibă gradul $(k-1)$ sunt necesare $(n+k+1)$ noduri, care sunt dispuse pe axa parametrică u la distanța de 1 unitate.

Caracteristicile funcțiilor *B-spline* sunt:

1. Controlul formei curbei poate fi obținut prin modificarea poziției punctelor de control, a numărului de puncte coincidente, sau a gradului $k-1$ al polinomului. Schimbarea poziției unui punct va afecta numai k segmente în jurul punctului respectiv.
2. curbă deschisă este tangentă la primul și la ultimul segment al poligonului *deBoor*.
3. Mărirea gradului funcției produce o "întindere" a curbei, iar micșorarea acestuia produce apropierea de punctele de control. Pentru $k=1$ rezultă o curbă de gradul zero ce se reduce la punctele de control, iar pentru $k=2$ rezultă o curbă ce coincide cu poligonul de control.

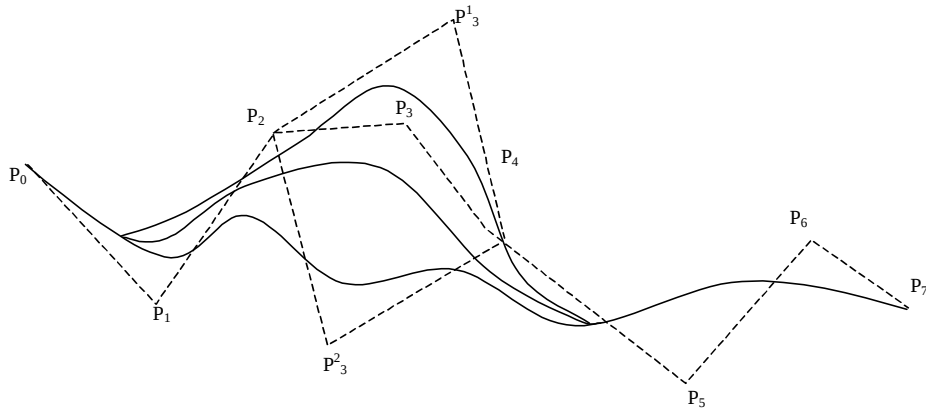


Figura 2.8 Control local la curbe B-spline

4. Pentru cazul $k=n+1$ rezultă curba Bezier.

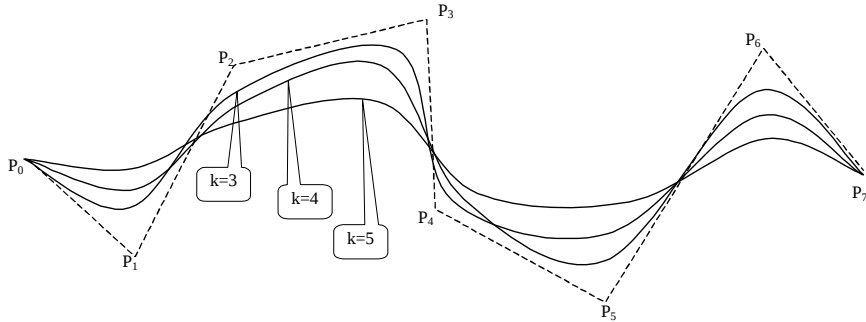


Figura 2.9 Efectul de întindere la mărirea gradului curbelor B-spline

La un sistem CAD se rețin următoarele elemente: tipul curbei: închisă sau deschisă, gradul curbei ($k-1$), coordonatele punctelor de control și alte informații auxiliare.

2.2.3.4. Curbe raționale

Sunt curbe definite ca raport între două polinoame, celelalte curbe fiind reprezentabile ca niște cazuri particulare ale acestora. Cele mai utilizate sunt curbele *NURBS* (Non Uniform Rational B-spline) sau *rational Bezier*.

Formularea lor se bazează pe sistemele de coordonate omogene unde față de cele trei coordonate carteziane (x, y, z) intervine și parametrul h , așa numitul factor de scalare. O curbă rațională *B-spline* definită de $n+1$ puncte de control se exprimă:

$$P(u) = \sum_{i=0}^n P_i R_{i,k}(u) \quad u \in [0, u_{\max}] \quad (2.37)$$

Funcțiile $R_{i,k}(u)$ sunt exprimate ca în relația (2.38):

$$R_{i,k}(u) = \frac{h_i N_{i,k}(u)}{\sum_{i=0}^n h_i N_{i,k}(u)} \quad (2.38)$$

Ele sunt o generalizare a curbelor *B-spline*, controlul curbei făcându-se prin vectorul coordonatelor omogene $H = [h_0 \ h_1 \ h_2 \ \dots \ h_n]^T$.

2.3. MODELAREA CU SUPRAFEȚE

În majoritatea sistemelor CAD, există la tehnicile de modelare cu suprafețe posibilitatea utilizării suprafețelor analitice. Acestea apar de obicei sub forma unor primitive geometrice cum ar fi: suprafețe cilindrice, conice, sferice, torice etc. Pentru modelarea corpurilor ingineresti aceste facilități sunt totuși insuficiente, ele fiind completate cu suprafețele sintetice.

2.3.1. SUPRAFEȚE HERMITE BICUBICE

O suprafață *Hermite bicubică* conectează 4 puncte, ca în figura 2.10, fiind descrisă de o ecuație de gradul 3 cu două variabile. Pentru definirea completă a acestei suprafețe sunt necesare 16 condiții vectoriale sau 48 de condiții scalare. Acestea sunt:

- 4 vectori de poziție pentru coordonatele celor 4 puncte din colțuri;
- 8 vectori pentru tangentele în punctele de colț; în fiecare punct se folosesc doi vectori tangenți la suprafață, câte unul după fiecare direcție locală, U respectiv V;
- 4 vectori ce exprimă torsiunea suprafeței în fiecare punct de colț;

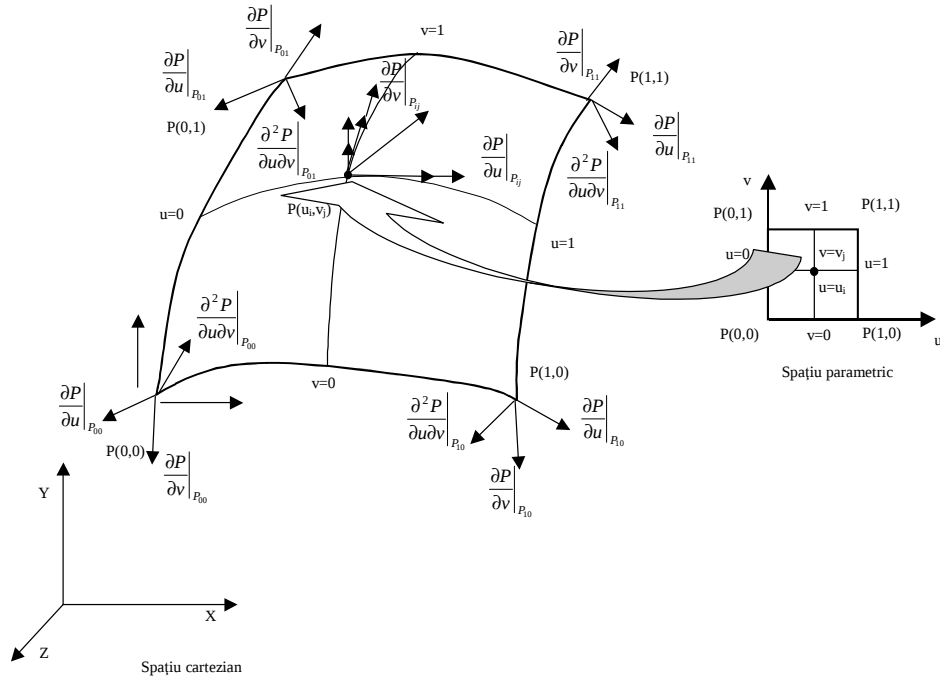


Figura 2.10 Parametrii suprafeței Hermite bicubice

Ecuația parametrică a unei astfel de suprafețe este:

$$P(u, v) = \sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^3 C_{ij} u^i v^j \quad (2.39)$$

unde $u \in [0, 1]$ și $v \in [0, 1]$;

Relația (2.38) se poate exprima și matricial ca mai jos:

$$P(u, v) = [U]^T \cdot [C] \cdot [V] \quad (2.40)$$

unde:

$$U = \begin{bmatrix} u^3 \\ u^2 \\ u \\ 1 \end{bmatrix}; V = \begin{bmatrix} v^3 \\ v^2 \\ v \\ 1 \end{bmatrix}; C = \begin{bmatrix} C_{33} & C_{32} & C_{31} & C_{30} \\ C_{23} & C_{22} & C_{21} & C_{20} \\ C_{13} & C_{12} & C_{11} & C_{10} \\ C_{03} & C_{02} & C_{01} & C_{00} \end{bmatrix} \quad (2.41)$$

Semnificațiile geometrice ale celor 16 condiții vectoriale sunt cele din figura 2.10.

Din relațiile (2.40) și (2.41) rezultă:

$$u^3 v^3 (C_{33} + C_{23} + C_{13} + C_{03}) + u^2 v^2 (C_{32} + C_{22} + C_{12} + C_{02}) + uv(C_{31} + C_{21} + C_{11} + C_{01}) + C_{30} + C_{20} + C_{10} + C_{00} = P(u, v) \quad (2.42)$$

Din această relație se vor obține cele 16 condiții vectoriale care determină o suprafață de tip *Hermite bicubică*. Pentru aceasta se particularizează ecuația (2.42) pentru punctele din colț P_{00} , P_{11} , P_{01} , P_{10} (unde parametrii u și v au valorile zero sau 1) și se exprimă $P(u, v)$, $\partial P / \partial u$, $\partial P / \partial v$, $\partial^2 P / \partial u \partial v$. În final coeficienții matricei $[C]$ se determină din acest sistem de 16 ecuații, fiind cunoscute: coordonatele celor 4 puncte de la colțurile suprafeței, direcțiile tangentelor după u și v în aceste puncte, precum și direcția vectorului care condiționează torsiunea suprafeței în aceste puncte.

După determinarea acestor coeficienți cu ecuația (2.42) se pot obține aceleași elemente pentru orice punct al suprafeței caracterizat de valori concrete ale parametrilor u și v .

Un caz particular de suprafețe *Hermite bicubice* îl reprezintă suprafețele *Ferguson*, care sunt caracterizate de faptul că vectorul ce exprimă torsiunea în cele patru colțuri are valoarea zero:

$$\frac{\partial^2 P_{ij}}{\partial u \partial v} = 0; \text{ unde } i = 0, 1; j = 0, 1 \quad (2.43)$$

Ele sunt utile la aplicațiile CAM pentru că vectorul tangent în fiecare colț pe direcțiile parametrice u și v se poate aproxima cu coarda ce unește cele două colțuri. În acest fel se simplifică datele, fiind necesare numai coordonatele celor patru colțuri pentru definirea suprafeței.

2.3.2. SUPRAFEȚE BEZIER

Suprafețele Bezier sunt o generalizare a *curbelor Bezier*, folosind în acest caz doi parametri u și v . Ele sunt descrise de o relație polinomială asemănătoare cu cea de la curbele *Bezier*:

$$P(u, v) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m P_{ij} B_{i,n}(u) B_{j,m}(v) \text{ unde } u \in [0, 1]; v \in [0, 1] \quad (2.44)$$

În relația de mai sus P_{ij} sunt punctele de control, care formează poliedrul caracteristic.

Suprafețele *Bezier* au exact aceleași proprietăți și avantaje ca și curbele *Bezier*:

- suprafața trece prin cele patru puncte de la colțuri;
- suprafața este tangentă la muchiile poliedrului caracteristic, care pornesc din cele 4 colțuri;
- suprafața posedă proprietatea *convex Hull*, adică toate punctele suprafeței sunt în interiorul poliedrului caracteristic;

- controlul formei se poate face modificând punctele de control, sau introducând puncte coincidente;
- modificarea unui punct de control modifică toată suprafața;

2.3.3. SUPRAFEȚE B-SPLINE

Suprafețele *B-spline* reprezintă o generalizare în spațiul 3D a curbelor cu același nume. Aceste suprafețe sunt definite de un set de puncte de control în spațiul parametric u, v . Aceste suprafețe pot interpola sau aproxima o mulțime de date reprezentate de punctele de control, fiind definite de relații de forma:

$$P(u, v) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m P_{ij} N_{i,k}(u) N_{j,l}(v); \text{ unde } u \in [0, u_{\max}], v \in [0, v_{\max}] \quad (2.45)$$

Toate relațiile de la curbele *B-spline* se aplică și la acest tip de suprafețe. Ele au avantajul unui control local foarte bun, modificarea unui punct de control nemodificând din suprafață decât o zonă din jurul punctului respectiv.

2.3.4. SUPRAFEȚE RAȚIONALE

Suprafețele raționale parametrice sunt considerate a fi cele mai generale dintre suprafețele folosite. Forma suprafeței este controlată prin intermediul unor factori de pondere care sunt atașați la punctele de control, relație care le descrie fiind exprimată ca un raport între două polinoame:

$$P(u, v) = \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=0}^m P_{ij} h_{ij} F_i(u) F_j(v)}{\sum_{i=1}^n \sum_{j=0}^m h_{ij} F_i(u) F_j(v)} \quad (2.46)$$

unde: h_{ij} sunt factorii de pondere asociați punctelor de control P_{ij}

De multe ori în practică sistemele CAD generează suprafețe care au descriere matematică diferită, pe anumite zone ele fiind denumite și suprafețe sculptate. Ele sunt combinate prin introducerea unor condiții suplimentare de continuitate de ordinul C^0 și C^1 .

2.4. MODELAREA CU SOLIDE

2.4.1. TOPOLOGIE ȘI GEOMETRIE

Modelul virtual realizat cu solide, este cea mai completă și neambiguă posibilitate de definire a unui corp. Aceste două atribute ale celui mai performant tip de modelare virtuală, se datorează faptului că structura de date întreținută de modelatorul de solide, reține două tipuri de informații: despre geometria corpului și despre topologia acestuia. Spre deosebire de solide, la modelarea cu entități wireframe sau cu suprafețe, se rețin numai informații de natură geometrică.

Topologia în acest caz se referă la posibilitatea ca un obiect să fie descris într-un limbaj elementar, al cărui vocabular cuprinde un set redus de primitive geometrice fixe și un set de operatori ce acționează asupra acestora.

Geometria permite descrierea unui corp într-un limbaj elementar al cărui vocabular cuprinde primitive geometrice și cel mult un operator.

În figura 2.11, sunt prezentate elementele unui vocabular simplificat de factură topologică și cele ale unui vocabular de factură geometrică.

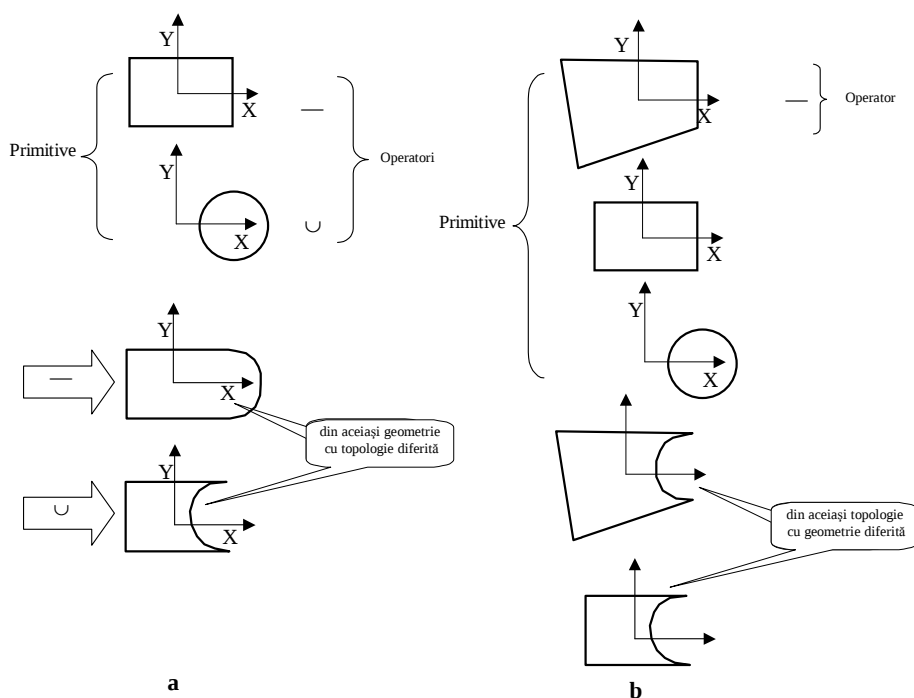


Figura 2.11 Topologie și geometrie

Corpurile din figura 2.11.a se obțin din aceleași primitive, cu aceeași geometrie, dar cu topologie diferită, la primul fiind folosit operatorul $—$, iar la cel de-al doilea operatorul $\cup$. În al doilea caz folosind aceeași topologie, bazată pe operatorul $—$, dar geometrie diferită, rezultă de asemenea două corpuri diferite.

După cum se vede nici una dintre cele două tipuri de informații: geometrice sau topologice tratate individual nu pot defini în mod unic și neambiguu un corp.

2.4.2. REPRESENTAREA CSG

La modelatoarele cu solide, topologia corpului se reține de obicei în structura denumită CSG, sau *Constructiv Solid Geometry*. Aceasta are la bază ideea de descriere topologică a unui corp folosind un set de primitive tridimensionale și operații elementare cu acestea. Ea este organizată sub forma unui arbore binar la care nodurile de la același nivel indică spre o structură de tip listă simplu în-lănțuită, cu informațiile de natură geometrică ale primitivei respective. Nodul superior reține operatorul aplicat primitivelor de la nivelul inferior, precum și noua geometrie ce caracterizează corpul în acest stadiu.

În figura 2.12 este prezentat un arbore CSG care combină 6 primitive geometrice într-o anumită ordine, care duce în final la obținerea corpului solid din figura 2.13.

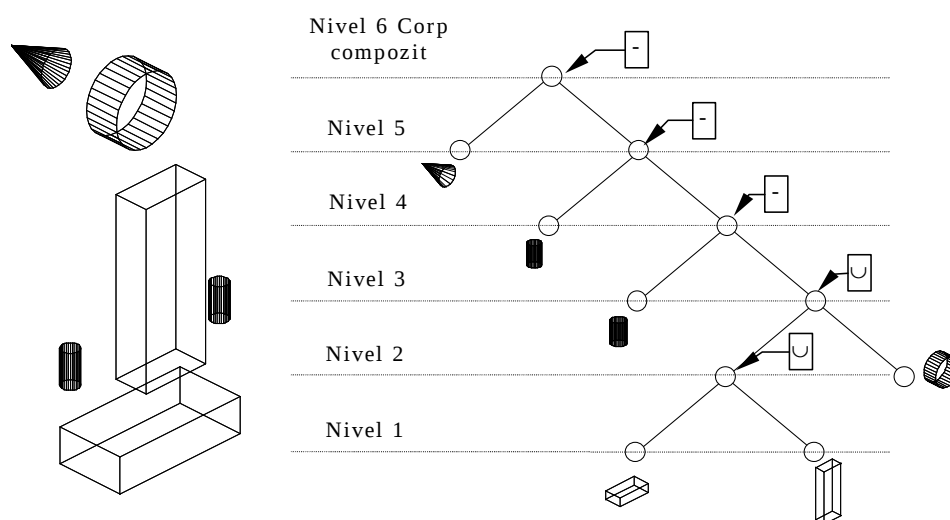


Figura 2.12 Arbore binar CSG și structura de primitive

Arborele CSG pentru solidul compozit din figura 2.13 nu este unic, o altă ordine de aplicare a operațiilor booleene de mai sus creând o altă structură echivalentă.

2.4.3. REPRESENTAREA B-REP

În figura 2.13 este prezentată mulțimea fețelor obiectului rezultat din figura 2.12, și care sunt grupate în cealaltă structură importantă, *B-rep*. Acestea reprezintă informația de natură geometrică manevrată la modelarea solidelor.

După cum se poate observa, în unele cazuri, este necesară reținerea ambelor tipuri de informații pentru definirea completă și neambiguă a unui corp.

Informațiile din structura *Boundary Representation* sunt și ele grupate într-un arbore binar, fiind actualizate în permanență în concordanță cu structura din *Constructiv Solid Geometry*. Aceste informații sunt legate de tipul fețelor și măsurile geometrice ce le caracterizează, inclusiv muchiile care rezultă la intersecția fețelor create.

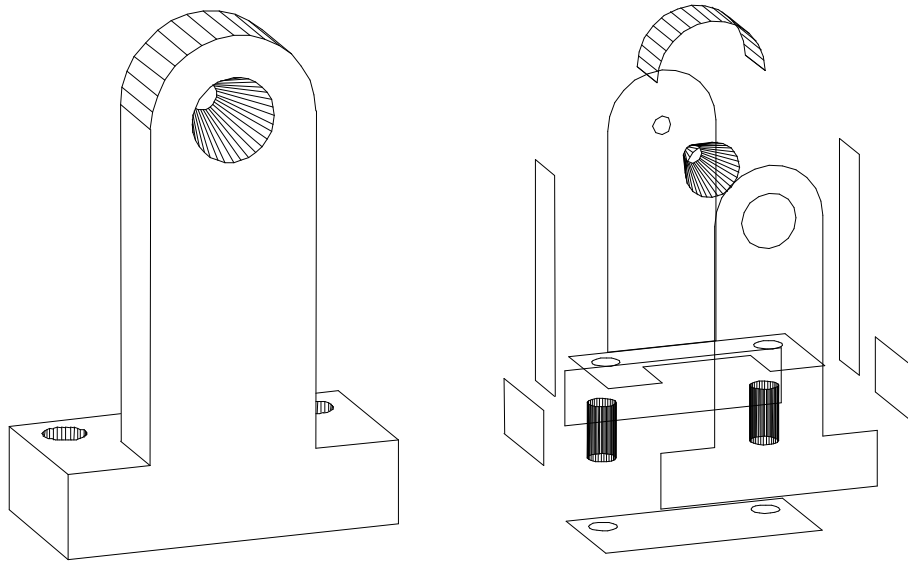


Figura 2.13 Solid compozit și Mulțimea B-rep

2.4.4. REPREZENTAREA ASM

Acest tip de modelare cu solide este strâns legat de evoluția programelor de analiză cu elemente finite. Solidele generate analitic sunt o reflectare directă a elementelor finite izoparametrice cu un număr de noduri între 8 și 20. Numele acestei tehnici provine de la abrevierea *Analytical Solid Modelling* – modelarea analitică a solidelor.

Acest mod de reprezentare nu folosește de loc informații manipulate de metodele CSG sau B-rep ci se bazează în întregime pe noțiunea de *hyperpatch*. Un *hyperpatch* rezultă prin maparea unui cub cu latura de o unitate din spațiul parametric u, v, w , în spațiul cartezian x, y, z , ca în figura 2.14:

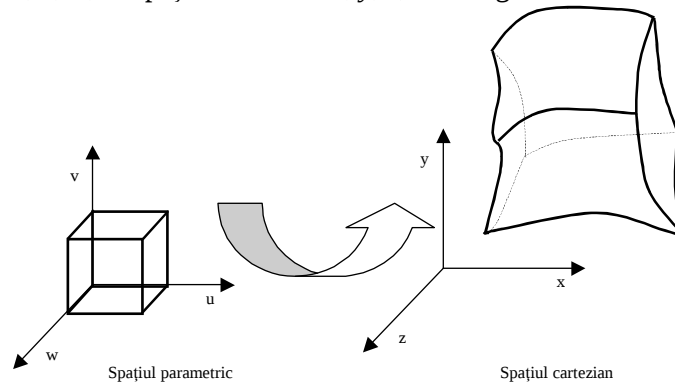


Figura 2.14

De obicei aceste *hyperpatch-uri* sunt descrise prin relații polinomiale de ordinul 3 ca cea de mai jos:

$$P(u, v, w) = \sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^3 \sum_{k=0}^3 C_{ijk} u^i v^j w^k ; u, v, w \in [0,1] \quad (2.47)$$

Prin analogie cu cele prezentate la suprafețele bicubice *Hermite*, pentru definirea unui *hyperpatch* tricubic sunt necesare 64 de condiții, care sunt:

- 8 vectori de poziție pentru colțuri;
- 24 de vectori de tangență în cele 8 colțuri;
- 24 de vectori de torsiune în cele 8 colțuri;
- 8 vectori de torsiune de ordinul 2, exprimate prin derivate parțiale de ordinul 3 în fiecare colț;

Pentru a descrie geometric un corp complex folosind metoda ASM, acesta este descompus într-o mulțime de *hyperpatch-uri* care nu au interferențe între ele, fiecare fiind determinat cu 64 de condiții ca mai sus. Astfel corpul din figura 2.15.a poate avea descompunerea în *hyperpatch-uri* din figura 2.15.b:

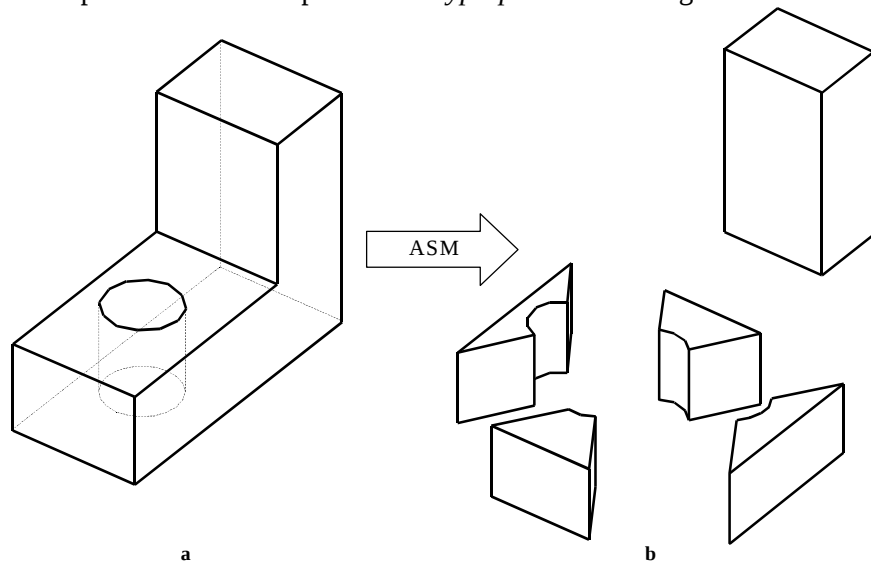


Figura 2.15 Descompunere a unui solid în *hyperpatch-uri*

2.5. TRANSFORMĂRI GEOMETRICE

În sistemele CAD se folosesc transformările geometrice pentru a implementa anumite facilități cum ar fi: modificarea punctului de vedere tridimensional, aplicarea efectului de lupă, deplasarea desenului în raport cu display-ul, sau pentru implementarea anumitor operații de editare ce modifică geometria corpului. Aceste transformări se aplică individual asupra punctelor ce caracterizează entitățile și permit recalcularea noilor coordonate ale acestor puncte în urma operațiilor solicitate. Matematic, o transformare este o funcție sau o relație matricială, ce leagă două puncte între ele ca mai jos:

$$P^* = f(P) \text{ sau } P^* = [T] \cdot [P] \quad (2.48)$$

Relația se aplică la toate punctele ce definesc obiectul, în unele cazuri condițiile de tangență sau răsucire fiind recalculate după aplicarea acestei transformări.

2.5.1. TRANSLAȚIA

Această transformare se aplică atunci când corpul rămâne paralel cu poziția originală, lucru care poate fi exprimat de relația:

$$\bar{P}^* = \bar{P} + \bar{d} \quad (2.49)$$

sau pe componente:

$$\begin{cases} x^* = x + x_d \\ y^* = y + y_d \\ z^* = z + z_d \end{cases} \quad (2.50)$$

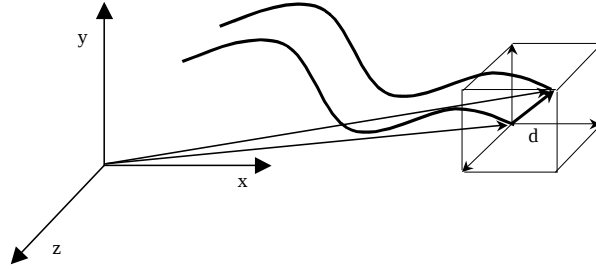


Figura 2.16 Translația

2.5.2. SCALAREA

Această transformare se folosește pentru a modifica proporțional dimensiunea unui corp. Pentru fiecare axă de coordonate se exprimă câte un coeficient de scalare independent, corpul putând fi deformat astfel cu valori diferite pe fiecare axă. Această transformare se poate exprima matricial ca în relația (2.51):

$$[P^*] = [S] \cdot [P] \text{ unde } S = \begin{bmatrix} s_x & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 \\ 0 & 0 & s_z \end{bmatrix} \quad (2.51)$$

Matricea [S] care conține coeficienții de scalare pe fiecare axă, trebuie să fie diagonală.

2.5.3. OGLINDIREA

Această transformare denumită și reflexie, se folosește la realizarea unor modele simetrice. Această simetrie poate fi în raport cu un plan, o axă sau un punct de simetrie. Matematic ea se exprimă ca în relația (2.52):

$$[P^*] = [M] \cdot [P] \quad (2.52)$$

unde: matricea [M] care conține coeficienții de oglindire este o matrice diagonală la care elementele au valoarea ± 1 .

Pentru oglindirea în raport cu planul $X=0$, axa X, respectiv cu originea sistemului de coordonate, matricea [M] are formele de mai jos:

$$M = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}; M = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (2.53)$$

2.5.4. ROTAȚIA

Această transformare permite rotirea entităților desemnate în jurul unei axe. În acest fel se pot realiza corpuri de revoluție, sau se pot face copii în rețele polare ale unor entități desemnate. În comparație cu transformările de translație, scalare și oglindire rotația nu este comutativă.

Pentru a exprima cu relația (2.54) rotația în jurul axei Z, se consideră un punct P din planul XY, al cărui vector de poziție face unghiul α cu axa X, ca în figura 2.17.

$$[P^*] = [R_Z] \cdot [P] \quad (2.54)$$

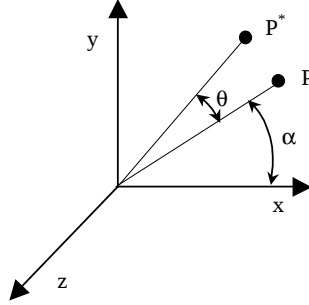


Figura 2.17 Rotația unui punct

Coordonatele punctului P înainte de rotație și P* după rotația cu unghiul θ pot fi exprimate cu relațiile (2.55), respectiv (2.56):

$$x = r \cos \alpha ; y = r \sin \alpha \quad (2.55)$$

$$x^* = r \cos(\alpha + \theta) ; y^* = r \sin(\alpha + \theta) \quad (2.56)$$

Din relația (2.56) se obține:

$$\begin{aligned} x^* &= r \cos \theta \cos \alpha - r \sin \theta \sin \alpha \\ y^* &= r \sin \alpha \cos \theta + r \cos \alpha \sin \theta \end{aligned} \quad (2.57)$$

$$z^* = z$$

Ținând cont de relația (2.55) rezultă:

$$\begin{aligned} x^* &= x \cos \theta - y \sin \theta \\ y^* &= y \cos \theta + x \sin \theta \\ z^* &= z \end{aligned} \quad (2.58)$$

Aceasta se poate scrie matricial ca mai jos:

$$\begin{bmatrix} x^* \\ y^* \\ z^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad (2.59)$$

sau :

$$[P^*] = [R_Z] \cdot [P] \quad (2.60)$$

Analog se pot deduce expresiile pentru matricele ce exprimă rotația în jurul axei Y sau X:

$$[R_Y] = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix}; [R_X] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & -\sin \theta \\ 0 & \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (2.61)$$

În aceeași manieră se pot obține și expresiile rotațiilor în jurul unor axe oarecare.

2.5.5. REPREZENTAREA OMOGENĂ

Coordonatele omogene au fost folosite inițial pentru reprezentările perspective și pentru legătura cu echipamentele hard. Aceste coordonate simplifică mult reprezentările parametrice precum și reprezentarea punctelor la infinit.

Exprimarea unui punct în coordonate omogene presupune transformarea spațiului cartezian 3D într-un spațiu cu 4 dimensiuni, astfel punctul P exprimat cartezian și omogen va fi:

$$P(x, y, z) \equiv P^*(x^*, y^*, z^*, h) \quad (2.62)$$

unde:

$$h \neq 0 \text{ iar } x = \frac{x^*}{h}; y = \frac{y^*}{h}; z = \frac{z^*}{h} \quad (2.63)$$

În aceste condiții transformările elementare anterioare devin:

□ TRANSLAȚIA

$$\begin{bmatrix} x^* \\ y^* \\ z^* \\ 1 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & x_t \\ 0 & 1 & 0 & y_t \\ 0 & 0 & 1 & z_t \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{[T]} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.64)$$

□ SCALAREA

$$\begin{bmatrix} x^* \\ y^* \\ z^* \\ 1 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} S_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & S_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & S_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{[S]} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.65)$$

□ OGLINDIREA

$$\begin{bmatrix} x^* \\ y^* \\ z^* \\ 1 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \pm 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \pm 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \pm 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{[M]} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.66)$$

□ ROTAȚIA

$$\begin{bmatrix} x^* \\ y^* \\ z^* \\ 1 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & 0 \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & 0 \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{[R]} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.67)$$

Din analiza relațiilor anterioare se poate deduce expresia unei matrici denumită uzual matricea transformărilor concatenate, care cuprinde toate transformările elementare:

$$[T] = \left[\begin{array}{ccc|c} t_{11} & t_{12} & t_{13} & t_{14} \\ t_{21} & t_{22} & t_{23} & t_{24} \\ t_{31} & t_{32} & t_{33} & t_{34} \\ t_{41} & t_{42} & t_{43} & t_{44} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c|c} T_1 & T_2 \\ \hline T_3 & 1 \end{array} \right] \quad (2.68)$$

În această matrice submatricele T_1 , T_2 , T_3 au următoarele semnificații:
unde:

- submatricea $[T_1]$, de tipul 3×3 , va produce scalarea rotirea și oglindirea;
- submatricea $[T_2]$ de tipul 3×1 , va produce translația;
- submatricea $[T_3]$ de tipul 1×3 , va produce proiecția perspectivă folosită în arhitectură;
- elementul t_{44} reprezintă coordonata omogenă h , care de obicei are valoarea 1;

O discuție aparte apare la implementarea rotațiilor după mai multe axe ale sistemului de coordonate. În acest caz se poate realiza o singură matrice de rotație care să exprime efectul concatenat al tuturor rotațiilor. Procedând așa se va face o singură înmulțire matricială pentru fiecare punct al entităților implicate în transformarea compusă, ceea ce va reduce timpul de evaluare al transformării. Această matrice se obține prin înmulțirea matricelor corespunzătoare rotației după fiecare axă, dar pentru că înmulțirea matricelor în acest caz nu este comutativă, trebuie respectată următoarea ordine:

$$[R] = [R_Z] \cdot [R_Y] \cdot [R_X] \quad (2.69)$$